1

解答解説のページへ

n を 3 以上の自然数とする。1 個のさいころを n 回投げて，出た目の数の積をとる。積が 60 となる確率を p_n とする。以下の問いに答えよ。

(1)　p_3 を求めよ。

(2)　$n \geqq 4$ のとき，p_n を求めよ。

(3)　$n \geqq 4$ とする。出た目の数の積が n 回目にはじめて 60 となる確率を求めよ。

2

解答解説のページへ

原点を O とする座標平面上に 3 点 A, B, C がある。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{u}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{v}$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\vec{w}$ とおく。$\overrightarrow{e_1}=(1,\ 0)$，$\overrightarrow{e_2}=(0,\ 1)$ とするとき 3 つのベクトル $\vec{u}$，$\vec{v}$，$\vec{w}$ は

$$\begin{cases} \vec{u}=-\overrightarrow{e_1} \\ \vec{v}\cdot\overrightarrow{e_1}=4,\quad \left|\vec{v}\right|=2\sqrt{5},\quad \vec{v}\cdot\overrightarrow{e_2}<0 \\ \vec{w}\cdot\overrightarrow{e_1}=8,\ \left|\vec{w}\right|=8\sqrt{2},\ \vec{w}\cdot\overrightarrow{e_2}>0 \end{cases}$$

を満たすとする。ただし，$\left|\vec{x}\right|$ はベクトル $\vec{x}$ の大きさを表し，$\vec{x}\cdot\vec{y}$ は 2 つのベクトル $\vec{x}$ と $\vec{y}$ の内積を表す。以下の問いに答えよ。

(1)　3 点 A, B, C の座標をそれぞれ求めよ。

(2)　3 点 A, B, C を通る円の方程式を求めよ。

(3)　3 点 A, B, C を通る円の中心を P とするとき，△ABC の面積と△ABP の面積の比を求めよ。

3

解答解説のページへ

xy 平面上に点 $\mathrm{P}(\cos\theta,\ \sin\theta)$ をとり，θ が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。点 A は y 軸上の点で，y 座標が負であり，$\mathrm{AP}=2$ を満たす。点 Q は $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=4\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を満たす点とする。以下の問いに答えよ。

(1)　点 Q の座標を θ を用いて表せ。

(2)　点 Q の x 座標の最大値と最小値および y 座標の最大値と最小値をそれぞれ求めよ。

(3)　点 Q の軌跡と y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

4

解答解説のページへ

平面上の 2 つの円が直交するとは，2 つの円が 2 点で交わり，各交点において 2 つの円の接線が互いに直交することである。以下の問いに答えよ。

(1)　C_1，C_2 は半径がそれぞれ r_1，r_2 の円とする。C_1 の中心と C_2 の中心の間の距離を d とする。C_1 と C_2 が直交するための必要十分条件を d，r_1，r_2 の関係式で表せ。

(2)　p，r_1，r_2 は $p > r_1 + r_2$，$r_1 > 0$，$r_2 > 0$ を満たす実数とする。座標平面上において，原点 O を中心とする半径 r_1 の円を C_1，点 $(p,\ 0)$ を中心とする半径 r_2 の円を C_2 とする。C_1 と C_2 のいずれにも直交する円の中心の軌跡を求めよ。

(3)　互いに外部にある 3 つの円の中心が一直線上にないとき，それら 3 つの円のいずれにも直交する円がただ 1 つ存在することを示せ。

1　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　問題のページへ

(1)　1 個のさいころを 3 回投げて，出た目の数の積が $60=2^2\times3\times5$ となるのは，出た目の数が $\{2,\ 5,\ 6\}$，$\{3,\ 4,\ 5\}$ のときであり，その確率 p_3 は，

$$p_3=3!\times\left(\frac{1}{6}\right)^3+3!\times\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{18}$$

(2)　$n\geqq4$ のとき，1 個のさいころを n 回投げて，出た目の数の積が 60 となるのは，出た目の数について，

(i)　$\{2,\ 5,\ 6,\ 1,\ 1,\ \cdots,\ 1\}$ (1 は $n-3$ 回)のとき

(ii)　$\{3,\ 4,\ 5,\ 1,\ 1,\ \cdots,\ 1\}$ (1 は $n-3$ 回)のとき

(iii)　$\{2,\ 2,\ 3,\ 5,\ 1,\ \cdots,\ 1\}$ (1 は $n-4$ 回)のとき

(i)～(iii)より，この確率 p_n は，

$$\begin{aligned}p_n&=\frac{n!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^n+\frac{n!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^n+\frac{n!}{2!\,(n-4)!}\left(\frac{1}{6}\right)^n\\&=\left\{2n(n-1)(n-2)+\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)(n-3)\right\}\left(\frac{1}{6}\right)^n\\&=\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)(4+n-3)\left(\frac{1}{6}\right)^n=\frac{1}{2}(n+1)n(n-1)(n-2)\left(\frac{1}{6}\right)^n\end{aligned}$$

(3)　$n\geqq4$ のとき，出た目の数の積が n 回目にはじめて 60 となるのは，

(a)　n 回目が 2 のとき　(2)の(i)と(iii)の場合より，このときの確率は，

$$\begin{aligned}&\frac{(n-1)!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}+\frac{(n-1)!}{(n-4)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}\\&=\{(n-1)(n-2)+(n-1)(n-2)(n-3)\}\left(\frac{1}{6}\right)^n=(n-1)(n-2)^2\left(\frac{1}{6}\right)^n\end{aligned}$$

(b)　n 回目が 3 のとき　(2)の(ii)と(iii)の場合より，このときの確率は，

$$\begin{aligned}&\frac{(n-1)!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}+\frac{(n-1)!}{2!\,(n-4)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}\\&=\left\{(n-1)(n-2)+\frac{1}{2}(n-1)(n-2)(n-3)\right\}\left(\frac{1}{6}\right)^n=\frac{1}{2}(n-1)^2(n-2)\left(\frac{1}{6}\right)^n\end{aligned}$$

(c)　n 回目が 4 のとき　(2)の(ii)の場合より，このときの確率は，

$$\frac{(n-1)!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}=(n-1)(n-2)\left(\frac{1}{6}\right)^n$$

(d)　n 回目が 5 のとき　(2)の(i)と(ii)と(iii)の場合より，このときの確率は，

$$\begin{aligned}&\frac{(n-1)!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}+\frac{(n-1)!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}+\frac{(n-1)!}{2!\,(n-4)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}\\&=\left\{2(n-1)(n-2)+\frac{1}{2}(n-1)(n-2)(n-3)\right\}\left(\frac{1}{6}\right)^n\\&=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)(n+1)\left(\frac{1}{6}\right)^n\end{aligned}$$

(e)　n 回目が 6 のとき　(2)の(i)の場合より，このときの確率は，

$$\frac{(n-1)!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{6}=(n-1)(n-2)\left(\frac{1}{6}\right)^{n}$$

(a)～(e)より，出た目の積が n 回目にはじめて 60 となる確率 q_n は，

$$\begin{aligned}q_n &= (n-1)(n-2)^2\left(\frac{1}{6}\right)^{n}+\frac{1}{2}(n-1)^2(n-2)\left(\frac{1}{6}\right)^{n}+(n-1)(n-2)\left(\frac{1}{6}\right)^{n}\\ &\quad+\frac{1}{2}(n-1)(n-2)(n+1)\left(\frac{1}{6}\right)^{n}+(n-1)(n-2)\left(\frac{1}{6}\right)^{n}\\ &=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\{2(n-2)+(n-1)+2+(n+1)+2\}\left(\frac{1}{6}\right)^{n}\\ &=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\cdot 4n\left(\frac{1}{6}\right)^{n}=2n(n-1)(n-2)\left(\frac{1}{6}\right)^{n}\end{aligned}$$

［解　説］

確率の標準的な問題です。(3)は n 回目が 1 という場合は，条件にあてはまらないという点に着目しています。

2

問題のページへ

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{u}=(u_1,\ u_2)$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{v}=(v_1,\ v_2)$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\vec{w}=(w_1,\ w_2)$ とおく。そして，$\vec{e_1}=(1,\ 0)$，$\vec{e_2}=(0,\ 1)$ のとき，$\vec{u}=-\vec{e_1}=(-1,\ 0)$ より，$u_1=-1$，$u_2=0$

また，$\vec{v}\cdot\vec{e_1}=4$ より $v_1=4$，$\vec{v}\cdot\vec{e_2}<0$ より $v_2<0$ となり，$|\vec{v}|=2\sqrt{5}$ から，

$$4^2+{v_2}^2=(2\sqrt{5})^2,\ {v_2}^2=4,\ v_2=-2$$

さらに，$\vec{w}\cdot\vec{e_1}=8$ より $w_1=8$，$\vec{w}\cdot\vec{e_2}>0$ より $w_2>0$ となり，$|\vec{w}|=8\sqrt{2}$ から，

$$8^2+{w_2}^2=(8\sqrt{2})^2,\ {w_2}^2=64,\ w_2=8$$

したがって，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(-1,\ 0)$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(4,\ -2)$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(8,\ 8)$ となり，

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(3,\ -2),\ \overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(11,\ 6)$$

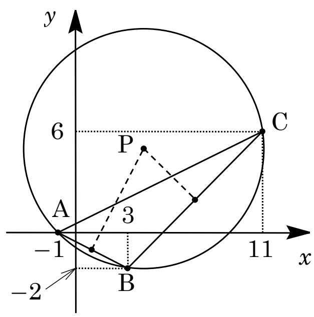
これより，$\mathrm{A}(-1,\ 0)$，$\mathrm{B}(3,\ -2)$，$\mathrm{C}(11,\ 6)$ である。

(2)　線分 AB の中点は $(1,\ -1)$ で，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=2(2,\ -1)$ から，線分 AB の垂直二等分線の方程式は，

$$2(x-1)-(y+1)=0,\ 2x-y-3=0\cdots\cdots\cdots①$$

線分 BC の中点は $(7,\ 2)$ で，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=8(1,\ 1)$ から，線分 BC の垂直二等分線の方程式は，

$$(x-7)+(y-2)=0,\ x+y-9=0\cdots\cdots\cdots②$$



直線①と②の交点が 3 点 A, B, C を通る円の中心 P なので，$3x-12=0$ より $x=4$ となり，$y=9-4=5$ から $\mathrm{P}(4,\ 5)$ である。

すると，$\mathrm{PA}=\sqrt{(4+1)^2+5^2}=5\sqrt{2}$ から，3 点 A, B, C を通る円の方程式は，

$$(x-4)^2+(y-5)^2=50$$

(3)　直線 AB の方程式は，$y=-\dfrac{1}{2}(x+1)$ より $x+2y+1=0$ であり，このとき点 C，点 P から直線 AB に下ろした垂線の長さを，それぞれ d_{C}，d_{P} とおくと，

$$d_{\mathrm{C}}=\frac{|11+2\cdot6+1|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{24}{\sqrt{5}},\ d_{\mathrm{P}}=\frac{|4+2\cdot5+1|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{15}{\sqrt{5}}$$

すると，△ABC の面積と△ABP の面積の比は，

$$d_{\mathrm{C}}:d_{\mathrm{P}}=\frac{24}{\sqrt{5}}:\frac{15}{\sqrt{5}}=8:5$$

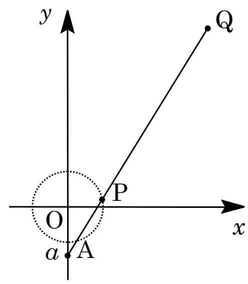
［解 説］

一見，ベクトルで与えられた条件が複雑そうなのですが，見た目ほどではありません。解きほぐせば，後は基本的な計算だけです。

$\boxed{3}$

問題のページへ

(1)　θ が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき $\mathrm{P}(\cos\theta,\ \sin\theta)$ と $\mathrm{A}(0,\ a)$ に対し，$\mathrm{AP}=2$ から，



$$\cos^2\theta+(\sin\theta-a)^2=4,\ 1-2a\sin\theta+a^2=4$$

すると，$a^2-2a\sin\theta-3=0$ となり，$a<0$ から，

$$a=\sin\theta-\sqrt{\sin^2\theta+3}$$

ここで，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=4\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ から，

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+4\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(0,\ a)+4(\cos\theta,\ \sin\theta-a)=(4\cos\theta,\ 4\sin\theta-3a)$$
$$=\left(4\cos\theta,\ 4\sin\theta-3\sin\theta+3\sqrt{\sin^2\theta+3}\right)$$
$$=\left(4\cos\theta,\ \sin\theta+3\sqrt{\sin^2\theta+3}\right)$$

したがって，$\mathrm{Q}\left(4\cos\theta,\ \sin\theta+3\sqrt{\sin^2\theta+3}\right)$ である。

(2)　(1)から，$x=4\cos\theta$，$y=\sin\theta+3\sqrt{\sin^2\theta+3}$ とおくと，$\dfrac{dx}{d\theta}=-4\sin\theta$

$$\frac{dy}{d\theta}=\cos\theta+\frac{3}{2}\cdot\frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{\sin^2\theta+3}}=\frac{\cos\theta}{\sqrt{\sin^2\theta+3}}\left(\sqrt{\sin^2\theta+3}+3\sin\theta\right)$$

ここで，$\sqrt{\sin^2\theta+3}+3\sin\theta=0$ とすると，$\sqrt{\sin^2\theta+3}=-3\sin\theta$

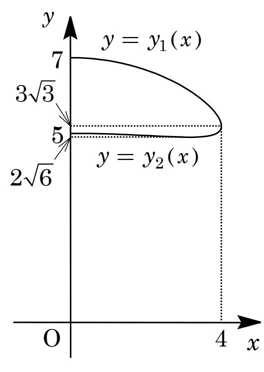
$\sin\theta\leqq 0$ のもとで，$\sin^2\theta+3=9\sin^2\theta$ となり，$\sin\theta=-\sqrt{\dfrac{3}{8}}=-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

$\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{6}}{4}\quad\left(-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0\right)$

とおき，$-\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ における x，y の増減を調べると，右表のようになる。これより，点 Q の x 座標の最大値は 4，最小値は 0 であり，y 座標の最大値は 7，最小値は $2\sqrt{6}$ である。

θ	$-\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	α	$\cdots$	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{dx}{d\theta}$		$+$		$+$	0	$-$	
x	0	$\nearrow$		$\nearrow$	4	$\searrow$	0
$\frac{dy}{d\theta}$	0	$-$	0	$+$		$+$	0
y	5	$\searrow$	$2\sqrt{6}$	$\nearrow$	$3\sqrt{3}$	$\nearrow$	7

(3)　点 Q の軌跡は右図の曲線のようになり，$y\geqq 3\sqrt{3}$ の部分を $y=y_1(x)$，$y\leqq 3\sqrt{3}$ の部分を $y=y_2(x)$ とおくと，この曲線と y 軸で囲まれた図形の面積 S は，



$$S=\int_0^4 y_1(x)\,dx-\int_0^4 y_2(x)\,dx$$
$$=\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\left(\sin\theta+3\sqrt{\sin^2\theta+3}\right)\cdot(-4\sin\theta)\,d\theta$$
$$-\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\left(\sin\theta+3\sqrt{\sin^2\theta+3}\right)\cdot(-4\sin\theta)\,d\theta$$

被積分関数に注意して，積分区間をまとめると，

$$S=-\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin\theta+3\sqrt{\sin^2\theta+3})\cdot(-4\sin\theta)d\theta$$

$$=4\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin^2\theta+3\sin\theta\sqrt{\sin^2\theta+3})d\theta$$

ここで，$f(\theta)=\sin^2\theta$，$g(\theta)=\sin\theta\sqrt{\sin^2\theta+3}$ とおくと，$f(-\theta)=f(\theta)$ から $f(\theta)$ は偶関数，$g(-\theta)=-g(\theta)$ から $g(\theta)$ は奇関数なので，

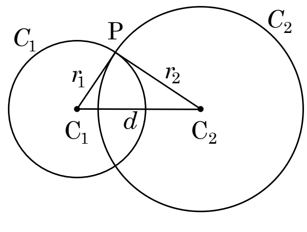
$$S=8\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\theta\,d\theta=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos 2\theta)d\theta=4\Big[\theta-\frac{1}{2}\sin 2\theta\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}=4\cdot\frac{\pi}{2}=2\pi$$

［解 説］

パラメータ曲線と面積の問題です。立式については難しくありませんが，計算はやや面倒なので，時間を費やすことになるでしょう。

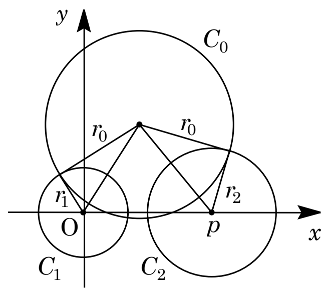
4

問題のページへ



(1)　中心$\mathrm{C_1}$で半径r_1の円C_1と，中心$\mathrm{C_2}$で半径r_2の円C_2が直交し，C_1とC_2の交点の１つをPとおく。

　すると，直線$\mathrm{C_2P}$が円C_1の接線，直線$\mathrm{C_1P}$が円C_2の接線になることより，$\angle\mathrm{C_1PC_2}=90^\circ$であり，これより$d^2={r_1}^2+{r_2}^2$である。



(2)　互いに外部にある２つの円$C_1: x^2+y^2={r_1}^2$と$C_2:(x-p)^2+y^2={r_2}^2$のいずれにも直交する円C_0の中心を$(x_0,\ y_0)$，半径をr_0とおくと，(1)から，

$$ {x_0}^2+{y_0}^2={r_1}^2+{r_0}^2\cdots\cdots\cdots① $$

$$ (x_0-p)^2+{y_0}^2={r_2}^2+{r_0}^2\cdots\cdots\cdots② $$

①－②より$2px_0-p^2={r_1}^2-{r_2}^2$となり，$p>0$から，

$$ x_0=\frac{1}{2p}({r_1}^2-{r_2}^2+p^2)\cdots\cdots\cdots③ $$

①に代入すると，$\dfrac{1}{4p^2}({r_1}^2-{r_2}^2+p^2)^2+{y_0}^2={r_1}^2+{r_0}^2$となり，

$$ \begin{aligned} {r_0}^2&={y_0}^2+\frac{1}{4p^2}({r_1}^2-{r_2}^2+p^2)^2-{r_1}^2={y_0}^2+\frac{1}{4p^2}\{({r_1}^2-{r_2}^2+p^2)^2-4p^2{r_1}^2\}\\ &={y_0}^2+\frac{1}{4p^2}\{p^4-2({r_1}^2+{r_2}^2)p^2+({r_1}^2-{r_2}^2)^2\}\\ &={y_0}^2+\frac{1}{4p^2}\{p^2-(r_1+r_2)^2\}\{p^2-(r_1-r_2)^2\}\\ &={y_0}^2+\frac{1}{4p^2}(p+r_1+r_2)(p-r_1-r_2)(p+r_1-r_2)(p-r_1+r_2) \end{aligned} $$

　ここで，$p>r_1+r_2$より，任意のy_0に対して$r_0>0$が決まるので，C_0の中心の軌跡は，③から直線$x=\dfrac{1}{2p}({r_1}^2-{r_2}^2+p^2)$である。

(3)　互いに外部にある３つの円C_1，C_2，C_3を，以下のように設定する。

$$ C_1: x^2+y^2={r_1}^2,\ C_2:(x-p)^2+y^2={r_2}^2,\ C_3:(x-a)^2+(y-b)^2={r_3}^2 $$

ただし，この３つの円の中心が一直線上にないことより，$b\neq0$である。

まず，C_1とC_2のいずれにも直交する円D_1の中心$(x_1,\ y_1)$，半径R_1とおくと，

$$ {x_1}^2+{y_1}^2={r_1}^2+{R_1}^2\cdots\cdots④,\ (x_1-p)^2+{y_1}^2={r_2}^2+{R_1}^2\cdots\cdots⑤ $$

④⑤より$2px_1-p^2={r_1}^2-{r_2}^2$となり，点$(x_1,\ y_1)$の軌跡は，

$$ \text{直線：}2px-p^2={r_1}^2-{r_2}^2\cdots\cdots\cdots⑥ $$

また，C_1とC_3のいずれにも直交する円D_2の中心$(x_2,\ y_2)$，半径R_2とおくと，

$$ {x_2}^2+{y_2}^2={r_1}^2+{R_2}^2\cdots\cdots⑦,\ (x_2-a)^2+(y_2-b)^2={r_3}^2+{R_2}^2\cdots\cdots⑧ $$

⑦⑧より $2ax_2+2by_2-a^2-b^2=r_1{}^2-r_3{}^2$ となり，点 $(x_2,\ y_2)$ の軌跡は,

直線：$2ax+2by-a^2-b^2=r_1{}^2-r_3{}^2$ ………⑨

さらに，C_2 と C_3 のいずれにも直交する円 D_3 の中心 $(x_3,\ y_3)$，半径 R_3 とおくと，

$(x_3-p)^2+y_3^2=r_2{}^2+R_3^2$ ……⑩，$(x_3-a)^2+(y_3-b)^2=r_3{}^2+R_3^2$ ……⑪

⑩⑪より $2(a-p)x_3+2by_3+p^2-a^2-b^2=r_2{}^2-r_3{}^2$ となり，点 $(x_3,\ y_3)$ の軌跡は,

直線：$2(a-p)x+2by+p^2-a^2-b^2=r_2{}^2-r_3{}^2$ ………⑫

さて，$b\neq 0$ より，直線⑥と直線⑨は交点をもち，この座標を $(X,\ Y)$ とおくと，

$2pX-p^2=r_1{}^2-r_2{}^2$ ……⑬，$2aX+2bY-a^2-b^2=r_1{}^2-r_3{}^2$ ……⑭

⑭－⑬より，$2(a-p)X+2bY+p^2-a^2-b^2=r_2{}^2-r_3{}^2$ となり，点 $(X,\ Y)$ が直線⑫上にあることがわかる。すなわち，直線⑥，直線⑨，直線⑫は 1 点で交わる。

そして，この交点 $(X,\ Y)$ に対して，④⑤⑦⑧⑩⑪から，

$X^2+Y^2=r_1{}^2+R_1^2$，$(X-p)^2+Y^2=r_2{}^2+R_1^2$

$X^2+Y^2=r_1{}^2+R_2^2$，$(X-a)^2+(Y-b)^2=r_3{}^2+R_2^2$

$(X-p)^2+Y^2=r_2{}^2+R_3^2$，$(X-a)^2+(Y-b)^2=r_3{}^2+R_3^2$

したがって，$R_1=R_2=R_3$ となり，3 つの円 C_1，C_2，C_3 のいずれにも直交する円はただ 1 つ存在する。

［解 説］

2 円の関係を題材にした難しめの問題です。(2)の軌跡については，y_0 の任意性にも触れておきました。なお，(3)の論証は省略気味の記述です。くどいと感じるかもしれませんが……。