1

解答解説のページへ

O を原点とする xy 平面において，直線 $y=1$ の $|x|\geqq 1$ を満たす部分を C とする。

(1)　C 上に点 $\mathrm{A}(t,\ 1)$ をとるとき，線分 OA の垂直二等分線の方程式を求めよ。

(2)　点 A が C 全体を動くとき，線分 OA の垂直二等分線が通過する範囲を求め，それを図示せよ。

2

解答解説のページへ

自然数 n に対し，関数 $F_n(x)=\displaystyle\int_x^{2x} e^{-t^n}dt\quad(x\geqq 0)$ を考える。

(1)　関数 $F_n(x)$ $(x\geqq 0)$ はただ 1 つの点で最大値をとることを示し，$F_n(x)$ が最大となるような x の値 a_n を求めよ。

(2)　(1)で求めた a_n に対し，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\log a_n$ を求めよ。

3

解答解説のページへ

α を $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ を満たす定数とする。円 $C: x^2+(y+\sin\alpha)^2=1$ および，その中心を通る直線 $l: y=(\tan\alpha)x-\sin\alpha$ を考える。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 直線 l と円 C の 2 つの交点の座標を α を用いて表せ。

(2) 等式 $2\displaystyle\int_{\cos\alpha}^{1}\sqrt{1-x^2}\,dx+\int_{-\cos\alpha}^{\cos\alpha}\sqrt{1-x^2}\,dx=\dfrac{\pi}{2}$ が成り立つことを示せ。

(3) 連立不等式

$$y\leqq(\tan\alpha)x-\sin\alpha,\quad x^2+(y+\sin\alpha)^2\leqq1$$

の表す xy 平面上の図形を D とする。図形 D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

4

解答解説のページへ

数列$\{a_n\}$を，$a_1=1$，$(n+3)a_{n+1}-na_n=\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$によって定める。

(1)　$b_n=n(n+1)(n+2)a_n$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$によって定まる数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

(2)　等式　$p(n+1)(n+2)+qn(n+2)+rn(n+1)=b_n$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$が成り立つように，定数$p,\ q,\ r$の値を定めよ。

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k$を$n$の式で表せ。

5

解答解説のページへ

実数を成分とする行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える。座標平面上の 2 点 P$(x,\ y)$，Q$(u,\ v)$ について等式 $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ が成り立つとき，行列 A により点 P は点 Q に移るという。

点$(1,\ 3)$は行列 A により点$(10,\ 10)$に移り，さらに等式

$$A^2-7A+10E=O$$

が成り立つものとする。ただし，$E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$，$O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ である。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　行列 A により点$(10,\ 10)$が移る点の座標を求めよ。

(2)　実数 $a,\ b,\ c,\ d$ の値を求めよ。

(3)　次の条件(∗)を満たす直線 l の方程式を求めよ。

　(∗)　直線 l 上のすべての点が行列 A により l 上の点に移る。

6

解答解説のページへ

d を正の定数とする。2 点 $\mathrm{A}(-d,\ 0)$，$\mathrm{B}(d,\ 0)$ からの距離の和が $4d$ である点 P の軌跡として定まる楕円 E を考える。点 A, 点 B, 原点 O から楕円 E 上の点 P までの距離をそれぞれ AP, BP, OP とかく。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 楕円 E の長軸と短軸の長さを求めよ。

(2) $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2$ および $\mathrm{AP}\cdot\mathrm{BP}$ を，OP と d を用いて表せ。

(3) 点 P が楕円 E 全体を動くとき，$\mathrm{AP}^3+\mathrm{BP}^3$ の最大値と最小値を d を用いて表せ。