1

解答解説のページへ

$f(x)=x^4+2x^2-4x+8$とする。

(1)　$(x^2+t)^2-f(x)=(px+q)^2$が x の恒等式となるような整数 t, p, q の値を 1 組求めよ。

(2)　(1)で求めた t, p, q の値を用いて方程式$(x^2+t)^2=(px+q)^2$を解くことにより，方程式$f(x)=0$の解をすべて求めよ。

2

解答解説のページへ

$a \geqq b > 0,\ x \geqq 0$ とし, n は自然数とする。次の不等式を示せ。

(1)　$0 \leqq e^x - (1+x) \leqq \dfrac{x^2 e^x}{2}$

(2)　$a^n - b^n \leqq n(a-b)a^{n-1}$

(3)　$e^x - \left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n \leqq \dfrac{x^2 e^x}{2n}$

$\boxed{3}$

解答解説のページへ

座標空間において，$|x| \leqq z^2$ を満たす点$(x,\ y,\ z)$全体からなる立体を R とする。点$(0,\ 0,\ 1)$を通り，x 軸と平行な直線を l とする。l を中心軸とする半径 1 の円柱を C とし，R と C の共通部分を T とする。

(1)　$-1<h<1$ を満たす定数 h に対して，点$(0,\ 0,\ 1+h)$を通り z 軸に垂直な平面による T の切り口の面積を求めよ。

(2)　T の体積を求めよ。

4

解答解説のページへ

座標空間において，原点 O を通り方向ベクトル$(\cos\theta,\ \sin\theta,\ 0)$をもつ直線を$L_\theta$とする。点$\mathrm{A}(2,\ 0,\ 1)$から直線$L_\theta$に下ろした垂線と$L_\theta$との交点を$\mathrm{P}_\theta$とする。

(1) θが実数全体を動くとき，P_θは xy 平面内の円周上を動くことを示し，その中心の座標と半径を求めよ。

(2) θが$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2}$の範囲を動くとする。三角形$\mathrm{OAP}_\theta$の面積の最大値と，そのときの$\mathrm{P}_\theta$の座標を求めよ。

5

解答解説のページへ

行列 A, B を，$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

(1)　次の式のうち，定義されるものは計算し，定義されないものは「定義されない」とかけ。

(ア)　$A+B$　　(イ)　AB　　(ウ)　BA　　(エ)　AA

(2)　2 次正方行列 C が $C(BA)=(BA)C$ を満たすとき，$C=sE+t(BA)$ となる実数 s, t が存在することを示せ。ただし，$E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

6

解答解説のページへ

xy 平面において，媒介変数 t を用いて

$$x=2\left(t+\frac{1}{t}+1\right),\ \ y=t-\frac{1}{t}$$

と表される曲線を C とする。

(1) 曲線 C の方程式を求め，その概形をかけ。

(2) 点 $(a,\ 0)$ を通り曲線 C に接する直線があるような a の値の範囲と，そのときの接線の方程式をすべて求めよ。