

1

解答解説のページへ

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log|x|}{x} & (|x| > 1) \\ ax^3 + bx^2 + cx + d & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

と定める。ただし、 a, b, c, d は定数とし、 $f(x)$ は $x = \pm 1$ において微分可能とする。なお、 \log は $e = 2.718\cdots$ を底とする自然対数である。

- (1) a, b, c, d の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ の最大値を求めよ。

2

解答解説のページへ

 $f(x) = \sin^3 x$ とする。

- (1) $f'(0)$ および $f'(2\pi)$ を求めよ。
- (2) $\int_0^{2\pi} f(x) dx$ を求めよ。
- (3) $p(x)$ を x の 2 次式とすると、 $\int_0^{2\pi} p(x) f''(x) dx = 0$ を示せ。

3

解答解説のページへ

$f(x)$ は $x \geq 0$ で連続で、 $f(0) = 0$ かつ $x > 0$ において $f'(x) > 0$ を満たすとする。
 $t > 0$ に対して、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = t$ とで囲まれる図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を $X(t)$ 、曲線 $y = f(x)$ と y 軸および直線 $y = f(t)$ とで囲まれる図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を $Y(t)$ とする。また、 $X(0) = Y(0) = 0$ とする。このとき、次を示せ。

- (1) $X'(t) = \pi f(t)^2$, $Y'(t) = \pi t^2 f'(t)$ ($t > 0$) である。
- (2) $f(x)$ が整式でかつ、すべての $t \geq 0$ に対して $X(t) = Y(t)$ が成り立つならば、 $f(x) = x(x + 1)$ である。
- (3) $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ならば、 $X(t) = Y(t)$ ($t \geq 0$) である。

4

解答解説のページへ

2 次正方行列 $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ が等式 $X^2 + aX + bE = O$ を満たすとする。ただし, x, y, z, w, a, b は実数, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。

- (1) $x + w \neq -a$ のとき, $a^2 - 4b > 0$ であることを示し, a, b を用いて X を表せ。
- (2) $a^2 - 4b = 0$ のとき, $yz = 0$ を示せ。

5

解答解説のページへ

楕円 $C : \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 上の点で、 $x > 0$ の範囲にあり、定点 $A(0, -1)$ との距離が最大となる点を P とする。

- (1) 点 P の座標と線分 AP の長さを求めよ。
- (2) 点 Q は楕円 C 上を動くとする。 $\triangle APQ$ の面積が最大となるとき、点 Q の座標および $\triangle APQ$ の面積を求めよ。