

1

解答解説のページへ

関数 $f_n(x) = \sin^{n+2}x + 2\cos^{n+2}x$ ($n = 1, 2, \dots$) について、次の問いに答えよ。

- (1) 閉区間 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ における $f_n(x)$ の最大値 M_n と最小値 L_n を求めよ。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{L_n}$ を求めよ。

2

解答解説のページへ

e を自然対数の底とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき、不等式 $e^x > 1+x$ を示せ。
- (2) $\tan \theta = M$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) のとき、等式 $\int_0^M \frac{1}{1+x^2} dx = \theta$ を示せ。
- (3) $M > 0$ のとき、不等式 $\int_0^M \frac{1}{e^{x^2}} dx < \frac{\pi}{2}$ を示せ。

3

解答解説のページへ

すべての正の実数 x について $x^{\sqrt{a}} = a^{\sqrt{x}}$ となる正の実数 a を求めよ。

4

解答解説のページへ

2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が $A^2 = A$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) $a + d \neq 1$ のとき、 A を決定せよ。

(2) 実数 u, v, x, y が $ux + vy = 1$ を満たすとき、2 次正方行列 $X = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ は $X^2 = X$ を満たすことを示せ。

(3) $a + d = 1$ のとき、 $d \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$ が成り立ち、 A は(2)の X の形になることを示せ。

5

解答解説のページへ

次の問いに答えよ。

- (1) 点 $(3, 0)$ を通り、円 $(x+3)^2 + y^2 = 4$ と互いに外接する円の中心 (X, Y) の軌跡を求めよ。
- (2) (1)の軌跡上の点と定点 $(0, a)$ との距離の最小値を求めよ。