1　解答解説のページへ

正の実数 $a,\ b,\ p$ に対して，$A=(a+b)^p$ と $B=2^{p-1}(a^p+b^p)$ の大小関係を調べよ。

2　解答解説のページへ

斜辺の長さが 1 である正 n 角錐を考える。つまり, 底面を正 n 角形 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\cdots\mathrm{A}_n$, 頂点を O と表せば $\mathrm{OA}_1=\mathrm{OA}_2=\cdots=\mathrm{OA}_n=1$ である。そのような正 n 角錐のなかで最大の体積をもつものを C_n とする。

(1)　C_n の体積 V_n を求めよ。

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}V_n$ を求めよ。

3

解答解説のページへ

3 辺の長さが $1, 1, a$ である三角形の面積を，周上の 2 点を結ぶ線分で 2 等分する。それらの線分の長さの最小値を a を用いて表せ。

4

解答解説のページへ

2 以上の自然数 n に対して

$$\int_0^1 t^{2n-1}e^t dt + \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{{}_{2n-1}\mathrm{P}_{2n-2k}}{2k+1} \right) e = (2n-1)!$$

を示せ。ここで e は自然対数の底である。

5　解答解説のページへ

複素平面上の点列 A_n $(n \geqq 0)$ が複素数列 $a_n + ib_n$ (a_n, b_n は実数, i は虚数単位)を表すとする。極限値 $\lim_{n\to\infty} a_n = a_\infty$, $\lim_{n\to\infty} b_n = b_\infty$ がともに存在するとき，複素数 $a_\infty + ib_\infty$ を表す点 A_∞ を A_n の極限点ということにする。

このとき次の問いに答えよ。

(1) 複素平面上の点列 P_n $(n \geqq 0)$ を次のように定める。P_0 は 0 を表す点とし，P_1 は $1+i$ を表す点とする。以下 $n \geqq 2$ に対しては，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{P}_{n-2}\mathrm{P}_{n-1}}$ を反時計まわりに $\frac{\pi}{3}$ 回転し，長さを $\frac{2}{3}$ 倍したベクトルが $\overrightarrow{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n}$ となるように P_n を定める。P_n の極限点 P_∞ が表す複素数を求めよ。

(2) 点列 Q_n $(n \geqq 0)$ は次のように定める。Q_0 は 0 を表す点とし，Q_1 は $z = x + iy$ を表す点とする。以下 $n \geqq 2$ に対しては，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{Q}_{n-2}\mathrm{Q}_{n-1}}$ を反時計まわりに $\frac{\pi}{6}$ 回転し，長さを $\frac{1}{2}$ 倍したベクトルが $\overrightarrow{\mathrm{Q}_{n-1}\mathrm{Q}_n}$ となるように Q_n を定める。Q_n の極限点 Q_∞ と(1)の P_∞ が一致するとき z を求めよ。