1　　解答解説のページへ

$a>0$ とし, x, y が 4 つの不等式

$$x \geqq 0,\quad y \geqq 0$$

$$2x+3y \leqq 12$$

$$ax+\left(4-\frac{3}{2}a\right)y \leqq 8$$

を同時にみたしているとする。このとき $x+y$ の最大値 $f(a)$ を求めよ。

2

解答解説のページへ

R を隣りあう 2 辺の長さ $a,\ b$ が $2a>b>a$ をみたす長方形とし，A を次の性質(P)を持つ半径 x の円とする。

(P)　R の内部にあって隣りあう 2 辺にだけ接する。

(1)　性質(P)を持つ円で円 A に外接するものが 4 つ存在するために，円 A の半径 x がみたすべき条件を a, b を使って表せ。

(2)　x が(1)の条件をみたすとき，円 A に外接する 4 つの円のうち 2 番目に大きい円を B とする。x が変化するとき円 A と円 B の面積の和の最小値を求めよ。

3

解答解説のページへ

(1)　$f(x)=\dfrac{2x-1}{x}$ とし, t を実数とする。すべての自然数 n に対し実数 $f_n(t)$ が

$$f_n(t)=f(f_{n-1}(t)),\ \ n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ \text{ただし}\ f_0(t)=t$$

によって帰納的に定義できるための t の条件を求めよ。

(2)　$a\geqq 1$ に対して, 極限値

$$\lim_{n\to\infty} n^2\int_a^{a+\frac{1}{n}}(f_n(t)-1)\,dt$$

を求めよ。

4　解答解説のページへ

楕円 $C: \dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1\ \ (a>1)$ 上に点 $\mathrm{A}(a,\ 0)$ をとる。C 上の点 $\mathrm{B}(p,\ q)\ (q>0)$ における接線 l と線分 BA のなす角が，l と直線 $x=p$ のなす角に等しいとする。ただし 2 直線のなす角は鋭角の方をとることにする。

(1)　座標 p を a で表せ。

(2)　極限値 $\displaystyle\lim_{a\to1} p$ および $\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{p}{a}$ を求めよ。