

1

解答解説のページへ

$f(x) = 1 - \cos x - x \sin x$ とする。

- (1) $0 < x < \pi$ において、 $f(x) = 0$ は唯一の解をもつことを示せ。
- (2) $J = \int_0^{\pi} |f(x)| dx$ とする。(1)の唯一の解を α とするとき、 J を $\sin \alpha$ の式で表せ。
- (3) (2)で定義された J と $\sqrt{2}$ の大小を比較せよ。

2

解答解説のページへ

a を正の整数とする。正の実数 x についての方程式

$$(*) \quad x = \left[\frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right) \right]$$

が解をもたないような a を小さい順に並べたものを a_1, a_2, a_3, \dots とする。ここに $[\]$ はガウス記号で、実数 u に対し、 $[u]$ は u 以下の最大の整数を表す。

(1) $a = 7, 8, 9$ の各々について $(*)$ の解があるかどうかを判定し、ある場合は解 x を求めよ。

(2) a_1, a_2 を求めよ。

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ を求めよ。

3

解答解説のページへ

1 から n までの数字がもれなく一つずつ書かれた n 枚のカードの束から同時に 2 枚のカードを引く。このとき、引いたカードの数字のうち小さい方が 3 の倍数である確率を $p(n)$ とする。

- (1) $p(8)$ を求めよ。
- (2) 正の整数 k に対し、 $p(3k+2)$ を k で表せ。

4

解答解説のページへ

a を正の定数とする。原点を O とする座標平面上に定点 $A = A(a, 0)$ と、 A と異なる動点 $P = P(x, y)$ をとる。次の条件

A から P に向けた半直線上の点 Q に対し、 $\frac{AQ}{AP} = 2$ ならば $\frac{QP}{OQ} = \frac{AP}{OA}$

を満たす P からなる領域を D とする。 D を図示せよ。