

1

解答解説のページへ

正の整数 a, b に対し, $x > 0$ で定義された 2 つの関数 x^a と $\log bx$ のグラフが 1 点で接するとする。

- (1) 接点の座標 (s, t) を a を用いて表せ。また, b を a の関数として表せ。
- (2) $0 < h < s$ を満たす h に対し, 直線 $x = h$ および 2 つの曲線 $y = x^a$, $y = \log bx$ で囲まれる領域の面積を $A(h)$ とする。 $\lim_{h \rightarrow 0} A(h)$ を a で表せ。

2

解答解説のページへ

実数 x に対し、 x 以上の最小の整数を $f(x)$ とする。 a, b を正の実数とすると、極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x^c \left(\frac{1}{f(ax-7)} - \frac{1}{f(bx+3)} \right)$ が収束するような実数 c の最大値と、そのときの極限値を求めよ。

3

解答解説のページへ

いびつなサイコロがあり、1 から 6 までのそれぞれの目が出る確率が $\frac{1}{6}$ とは限らないとする。このサイコロを 2 回振ったとき同じ目が出る確率を P とし、1 回目に奇数、2 回目に偶数の目が出る確率を Q とする。

- (1) $P = \frac{1}{6}$ であることを示せ。また、等号が成立するための必要十分条件を求めよ。
- (2) $\frac{1}{4} < Q < \frac{1}{2} - \frac{3}{2}P$ であることを示せ。

4

解答解説のページへ

平面の原点 O を端点とし、 x 軸となす角がそれぞれ $-\alpha$ 、 α (ただし $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$) である半直線を L_1 、 L_2 とする。 L_1 上に点 P 、 L_2 上に点 Q を線分 PQ の長さが 1 となるようにとり、点 R を、直線 PQ に対し原点 O の反対側に PQR が正三角形になるようにとる。

- (1) 線分 PQ が x 軸と直交するとき、点 R の座標を求めよ。
- (2) 2 点 P 、 Q が、線分 PQ の長さを 1 に保ったまま L_1 、 L_2 上を動くとき、点 R の軌跡はある楕円の一部であることを示せ。