

1

解答解説のページへ

p を素数, n を 0 以上の整数とする。

- (1) m は整数で $0 < m < n$ とする。1 から p^{n+1} までの整数の中で, p^m で割り切れ p^{m+1} で割り切れないものの個数を求めよ。
- (2) 1 から p^{n+1} までの 2 つの整数 x, y に対し, その積 xy が p^{n+1} で割り切れるような組 (x, y) の個数を求めよ。

2

解答解説のページへ

正数 a に対して、放物線 $y = x^2$ 上の点 $A(a, a^2)$ における接線を、 A を中心に -30° 回転した直線を l とする。 l と $y = x^2$ との交点で A でない方を B とする。さらに点 $(a, 0)$ を C 、原点を O とする。

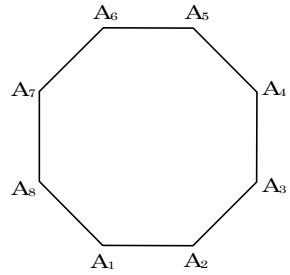
- (1) l の式を求めよ。
- (2) 線分 OC , CA と $y = x^2$ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ 、線分 AB と $y = x^2$ で囲まれる部分の面積を $T(a)$ とする。このとき、 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{T(a)}{S(a)}$ を求めよ。

3

1 辺の長さが 1 の正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ の周上に 3 点 P, Q, R が動くとする。

- (1) PQR の面積の最大値を求めよ。
- (2) Q が正八角形の頂点 A_1 に一致し, $\angle PQR = 90^\circ$ となるとき PQR の面積の最大値を求めよ。

解答解説のページへ



4

解答解説のページへ

- (1) 整数 $n = 0, 1, 2, \dots$ と正数 a_n に対して, $f_n(x) = a_n(x-n)(n+1-x)$ とおく。2つの曲線 $y = f_n(x)$ と $y = e^{-x}$ が接するような a_n を求めよ。
- (2) $f_n(x)$ は(1)で定めたものとする。 $y = f_0(x)$, $y = e^{-x}$ と y 軸で囲まれる図形の面積を S_0 , $n \geq 1$ に対し $y = f_{n-1}(x)$, $y = f_n(x)$ と $y = e^{-x}$ で囲まれる図形の面積を S_n とおく。このとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_0 + S_1 + \dots + S_n)$ を求めよ。