1

解答解説のページへ

以下の問いに答えよ。

(1)　自然数 n に対し $I(n)=\int_0^{\frac{n\pi}{2}}|\sin x|\,dx$ を求めよ。

(2)　次の不等式を示せ。

$$0 \leqq \int_0^{\frac{s\pi}{2}} \cos x\,dx - s \leqq \left(\frac{\pi}{2}-1\right)s \quad (0 \leqq s \leqq 1)$$

(3)　a を正の数とし, a を超えない最大の整数を $[a]$ で表す。$[a]$ が奇数のとき次の不等式が成り立つことを示せ。

$$0 \leqq \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin at|\,dt - 1 \leqq \left(\frac{\pi}{2}-1\right)\left(1-\frac{[a]}{a}\right)$$

2

解答解説のページへ

以下の問いに答えよ。

(1)　a, b を正の定数とし，$g(t)=\dfrac{1}{b}t^a-\log t$ とおく。$t>0$ における関数 $g(t)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(2)　m を正の定数とし, xy 座標平面において条件

(a)　$y>x>0$　　　(b)　すべての $t>0$ に対し $\dfrac{1}{y}t^x-\log t\geqq m$

を満たす点 $(x,\ y)$ からなる領域を D とする。D の概形を図示せよ。

(3)　(2)の領域 D の面積を求めよ。

$\boxed{3}$ 解答解説のページへ

平面上を半径 1 の 3 個の円板が下記の条件(a)と(b)を満たしながら動くとき，これら 3 個の円板の和集合の面積 S の最大値を求めよ。

(a)　3 個の円板の中心はいずれも定点 P を中心とする半径 1 の円周上にある。

(b)　3 個の円板すべてが共有する点は P のみである。

4　　解答解説のページへ

空間内の四面体 ABCD を考える。辺 AB, BC, CD, DA の中点を，それぞれ K, L, M, N とする。

(1)　$4\overrightarrow{\mathrm{MK}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{LN}}=|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2-|\overrightarrow{\mathrm{BD}}|^2$ を示せ。ここに $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|$ はベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の長さを表す。

(2)　四面体 ABCD のすべての面が互いに合同であるとする。このとき $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=|\overrightarrow{\mathrm{BD}}|$, $|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|$，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{CD}}|$ を示せ。

(3)　辺 AC の中点を P とし，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{3}$，$|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=\sqrt{5}$，$|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|=\sqrt{6}$ とする。(2)の仮定のもとで，四面体 PKLN の体積を求めよ。