1

解答解説のページへ

eを自然対数の底とし，数列$\{a_n\}$を次式で定義する。

$$a_n = \int_1^e (\log x)^n dx \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

(1)　$n \geqq 3$ のとき，次の漸化式を示せ。

$$a_n = (n-1)(a_{n-2} - a_{n-1})$$

(2)　$n \geqq 1$ に対し，$a_n > a_{n+1} > 0$ となることを示せ。

(3)　$n \geqq 2$ のとき，以下の不等式が成立することを示せ。

$$a_{2n} < \frac{3 \cdot 5 \cdots\cdot (2n-1)}{4 \cdot 6 \cdots\cdot (2n)}(e-2)$$

2

解答解説のページへ

1 から 6 までの目が$\dfrac{1}{6}$の確率で出るサイコロを振り，1 回目に出る目をα，2 回目に出る目をβとする。2 次式$(x-\alpha)(x-\beta)=x^2+sx+t$を$f(x)$とおき，$f(x)^2=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$とする。

(1)　sおよびtの期待値を求めよ。

(2)　a, b, cおよびdの期待値を求めよ。

3

解答解説のページへ

D を半径 1 の円盤, C を xy 平面の原点を中心とする半径 1 の円周とする。D が次の条件(a), (b)を共に満たしながら xyz 空間内を動くとき, D が通過する部分の体積を求めよ。

(a)　D の中心は C 上にある。

(b)　D が乗っている平面は常にベクトル $(0,\ 1,\ 0)$ と直交する。

$\boxed{4}$

解答解説のページへ

実数 x, y が $x^2+y^2 \leqq 1$ を満たしながら変化するとする。

(1)　$s=x+y$，$t=xy$ とするとき，点 $(s,\ t)$ の動く範囲を st 平面上に図示せよ。

(2)　負でない定数 $m \geqq 0$ をとるとき，$xy+m(x+y)$ の最大値，最小値を m を用いて表せ。