1

解答解説のページへ

(1)　一般角θに対して$\sin\theta$，$\cos\theta$の定義を述べよ。

(2)　(1)で述べた定義にもとづき，一般角α，βに対して

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

を証明せよ。

$\boxed{2}$ 解答解説のページへ

複素数z_n（$n=1,\ 2,\ \cdots$）を

$$z_1=1,\ \ z_{n+1}=(3+4i)z_n+1$$

によって定める。ただし，iは虚数単位である。

(1)　すべての自然数nについて，$\dfrac{3\times 5^{n-1}}{4}<|z_n|<\dfrac{5^n}{4}$が成り立つことを示せ。

(2)　実数 $r>0$ に対して，$|z_n|\leqq r$を満たすz_nの個数を$f(r)$とおく。このとき，$\displaystyle\lim_{r\to+\infty}\frac{f(r)}{\log r}$を求めよ。

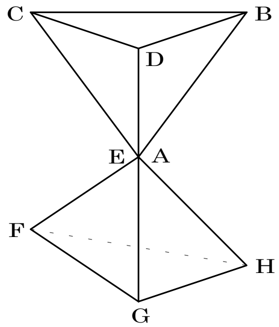
3

解答解説のページへ

p を $0<p<1$ を満たす実数とする。

(1) 四面体 ABCD の各辺はそれぞれ確率 p で電流を通すものとする。このとき，頂点 A から B に電流が流れる確率を求めよ。ただし，各辺が電流を通すか通さないかは独立で，辺以外は電流を通さないものとする。

(2) (1)で考えたような 2 つの四面体 ABCD と EFGH を図のように頂点 A と E でつないだとき，頂点 B から F に電流が流れる確率を求めよ。



4

解答解説のページへ

xyz 空間において xy 平面上に円板 A があり xz 平面上に円板 B があって以下の 2 条件を満たしているものとする。

(a)　A, B は原点からの距離が 1 以下の領域に含まれる。

(b)　A, B は一点 P のみを共有し, P はそれぞれの円周上にある。

このような円板 A と B の半径の和の最大値を求めよ。ただし, 円板とは円の内部と円周をあわせたものを意味する。

5

解答解説のページへ

(1)　k を自然数とする。m を $m=2^k$ とおくとき，$0<n<m$ を満たすすべての整数 n について，二項係数 ${}_m\mathrm{C}_n$ は偶数であることを示せ。

(2)　以下の条件を満たす自然数 m をすべて求めよ。
条件 ： $0\leqq n\leqq m$ を満たすすべての整数 n について二項係数 ${}_m\mathrm{C}_n$ は奇数である。

6

解答解説のページへ

$\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \sin^2 x\,dx > 8$ であることを示せ。ただし，$\pi = 3.14\cdots$ は円周率，$e = 2.71\cdots$ は自然対数の底である。