1

解答解説のページへ

xy 平面の放物線 $y = x^2$ 上の 3 点 P, Q, R が次の条件を満たしている。

△PQR は 1 辺の長さ a の正三角形であり，点 P，Q を通る直線の傾きは $\sqrt{2}$ である。

このとき, a の値を求めよ。

2　解答解説のページへ

自然数の 2 乗になる数を平方数という。以下の問いに答えよ。

(1)　10 進法で表して 3 桁以上の平方数に対し，10 の位の数を a，1 の位の数を b とおいたとき，$a+b$ が偶数となるならば, b は 0 または 4 であることを示せ。

(2)　10 進法で表して 5 桁以上の平方数に対し, 1000 の位の数, 100 の位の数, 10 の位の数，および 1 の位の数の 4 つがすべて同じ数となるならば，その平方数は 10000 で割り切れることを示せ。

3

解答解説のページへ

半径 10 の円 C がある。半径 3 の円板 D を，円 C に内接させながら，円 C の円周に沿って滑ることなく転がす。円板 D の周上の 1 点を P とする。点 P が，円 C の円周に接してから再び円 C の円周に接するまでに描く曲線は，円 C を 2 つの部分に分ける。それぞれの面積を求めよ。

4

解答解説のページへ

関数 $f_n(x)$ ($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$) を次のように定める。

$$f_1(x)=x^3-3x,\quad f_2(x)=\{f_1(x)\}^3-3f_1(x),\quad f_3(x)=\{f_2(x)\}^3-3f_2(x)$$

以下同様に, $n\geqq 3$ に対して関数 $f_n(x)$ が定まったならば, 関数 $f_{n+1}(x)$ を

$$f_{n+1}(x)=\{f_n(x)\}^3-3f_n(x)$$

で定める。

このとき, 以下の問いに答えよ。

(1) a を実数とする。$f_1(x)=a$ を満たす実数 x の個数を求めよ。

(2) a を実数とする。$f_2(x)=a$ を満たす実数 x の個数を求めよ。

(3) n を 3 以上の自然数とする。$f_n(x)=0$ を満たす実数 x の個数は 3^n であることを示せ。

$\boxed{5}$ 解答解説のページへ

r を正の実数とする。xyz 空間内の原点 $\mathrm{O}(0,\ 0,\ 0)$ を中心とする半径 1 の球を A, 点 $\mathrm{P}(r,\ 0,\ 0)$ を中心とする半径 1 の球を B とする。球 A と球 B の和集合の体積を V とする。ただし, 球 A と球 B の和集合とは, 球 A または球 B の少なくとも一方に含まれる点全体よりなる立体のことである。

(1)　V を r の関数として表し, そのグラフの概形をかけ。

(2)　$V=8$ となるとき, r の値はいくらか。四捨五入して小数第 1 位まで求めよ。

注意 : 円周率 π は $3.14<\pi<3.15$ を満たす。

6

解答解説のページへ

片面を白色に，もう片面を黒色に塗った正方形の板が 3 枚ある。この 3 枚の板を机の上に横に並べ，次の操作をくり返し行う。

さいころを振り，出た目が 1，2 であれば左端の板を裏返し，3，4 であればまん中の板を裏返し，5, 6 であれば右端の板を裏返す。

たとえば，最初，板の表の色の並び方が「白白白」であったとし，1 回目の操作で出たさいころの目が 1 であれば，色の並び方は「黒白白」となる。さらに 2 回目の操作を行って出たさいころの目が 5 であれば，色の並び方は「黒白黒」となる。

(1)　「白白白」から始めて，3 回の操作の結果，色の並び方が「黒白白」となる確率を求めよ。

(2)　「白白白」から始めて，n 回の操作の結果，色の並び方が「白白白」または「白黒白」となる確率を求めよ。

注意：さいころは 1 から 6 までの目が等確率で出るものとする。