

1

解答解説のページへ

(1) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ のとき, $y = f(x)$ の逆関数 $y = g(x)$ を求めよ。

(2) (1)の $f(x)$, $g(x)$ に対し, 次の等式が成り立つことを示せ。

$$\int_a^b f(x) dx + \int_{f(a)}^{f(b)} g(x) dx = bf(b) - af(a)$$

2

解答解説のページへ

2 次正方行列 $X = \begin{pmatrix} s & t \\ u & v \end{pmatrix}$ に対し, $s+v$ を X のトレースという。 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & c \end{pmatrix}$ と A^2 のトレースがともに -1 であるとする。

- (1) $A^3 = E$ を示せ。ただし, E は単位行列である。
- (2) 連立 1 次方程式 $(A + E)^4 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$ を解け。

3

解答解説のページへ

ある 1 面だけに印のついた立方体が水平な平面に置かれている。平面に接する面(底面)の 4 辺のうち 1 辺を選んでこの辺を軸にしてこの立方体を横に倒す, という操作を行う。ただし, どの辺が選ばれるかは同様に確からしいとし, 印のついた面が最初は上面にあるとする。この操作を n 回続けて行ったとき, 印のついた面が立方体の側面にくる確率を a_n , 底面にくる確率を b_n とおく。

- (1) a_2 を求めよ。
- (2) a_{n+1} と a_n の関係式を導け。
- (3) b_n を n の式で表し, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。

4

解答解説のページへ

a と b は ± 1 , 0 でない実数とする。実数 x, y が, $\frac{\sin x}{\sin y} = a$, $\frac{\cos x}{\cos y} = b$ を満たして

いるとする。

- (1) $\tan^2 y$ を a, b を用いて表せ。
- (2) 点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面に図示せよ。

5

解答解説のページへ

x の方程式 $x^2 + a|x-1| + b = 0$ が異なる実数解をちょうど 2 個もつとき、点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面に図示せよ。

6

解答解説のページへ

- (1) 点 $P(p, q)$ と円 $C : (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ($r > 0$) との距離 d とは、 P と C 上の点 (x, y) との距離の最小値をいう。 P が C の外部にある場合と内部にある場合に分けて、 d を表す式を求めよ。
- (2) 2つの円 $C_1 : (x+4)^2 + y^2 = 81$ と $C_2 : (x-4)^2 + y^2 = 49$ から等距離にある点 P の軌跡の方程式を求めよ。