

1

解答解説のページへ

$n$  を 2 以上の自然数とし, 整式  $x^n$  を  $x^2 - 6x - 12$  で割った余りを  $a_n x + b_n$  とする。

- (1)  $a_2, b_2$  を求めよ。
- (2)  $a_{n+1}, b_{n+1}$  を  $a_n$  と  $b_n$  を用いて表せ。
- (3) 各  $n$  に対して,  $a_n$  と  $b_n$  の公約数で素数となるものをすべて求めよ。

2

解答解説のページへ

C を直角とする直角三角形 ABC に対して、A の二等分線と線分 BC の交点を D とする。また、線分 AD, DC, CA の長さはそれぞれ 5, 3, 4 とする。 $\angle A = \theta$  とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\sin \theta$  を求めよ。
- (2)  $\theta < \frac{5}{12}\pi$  を示せ。ただし、 $\sqrt{2} = 1.414\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.732\dots$  を用いてもよい。

3

解答解説のページへ

自然数  $n$  に対し, 方程式  $\frac{1}{x^n} - \log x - \frac{1}{e} = 0$  を考える。ただし, 対数は自然対数であり,  $e$  はその底とする。

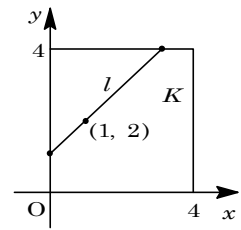
- (1) 上の方程式は  $x > 1$  にただ 1 つの解をもつことを示せ。
- (2) (1)の解を  $x_n$  とする。このとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$  を示せ。

4

$xy$  平面上に 4 点  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(4, 4)$ ,  $(0, 4)$  を頂点とする正方形  $K$  を考える。点  $(1, 2)$  を通る各直線に対して、その  $K$  に含まれる部分を  $l$  とおく。

- (1)  $l$  の長さの最大値と、それを与える直線の方程式を求めよ。
- (2)  $l$  の長さの最小値を求めよ。

解答解説のページへ



5

解答解説のページへ

$xyz$  空間において、点  $(1, 0, 1)$  と点  $(1, 0, 2)$  を結ぶ線分を  $l$  とし、 $l$  を  $z$  軸のまわりに 1 回転してできる図形を  $A$  とする。 $A$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

6

解答解説のページへ

$a > 0$  に対し  $I_0(a) = \int_0^a \sqrt{1+x} dx$ ,  $I_n(a) = \int_0^a x^n \sqrt{1+x} dx$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とおく。

- (1)  $\lim_{a \rightarrow \infty} a^{-\frac{3}{2}} I_0(a)$  を求めよ。
- (2) 漸化式  $I_n(a) = \frac{2}{3+2n} a^n (1+a)^{\frac{3}{2}} - \frac{2n}{3+2n} I_{n-1}(a)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を示せ。
- (3) 自然数  $n$  に対して,  $\lim_{a \rightarrow \infty} a^{-\left(\frac{3}{2}+n\right)} I_n(a)$  を求めよ。