1

解答解説のページへ

$a,\ b$ を正の数とする。2 つの曲線 $y=x^3+bx^2$，$y=ax^2+abx$ によって囲まれる 2 つの部分の面積の和を S とする。

(1) S を a と b で表せ。

(2) $a+b=1$ のとき, S を最小にする a,b の値と，そのときの S の値を求めよ。

2

解答解説のページへ

関数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$ $(x\neq 0)$ について，$a=\displaystyle\lim_{x\to 0}f(x)$，$b=\displaystyle\lim_{x\to 0}f'(x)$ とおく。

(1) a, b の値を求めよ。

(2) $-\dfrac{1}{2}\leqq x$ の範囲で，3 つの関数 $\sqrt{1+2x}$，$1+ax$，$1+ax+bx^2$ の大小関係を調べ，これらの関数のグラフを同一の xy 平面上に描け。

3

解答解説のページへ

1 から 200 までの整数が 1 つずつ記入された 200 枚のカードの入った箱がある。この箱から 1 枚のカードを無作為に抜き出して，それに書かれた数が奇数であればその数を得点とし，偶数の場合は奇数になるまで 2 で割って得られる奇数を得点とする。たとえば，抜き出したカードの数が 28 であれば，これを 2 で 2 回割って得られる 7 が得点となる。1 枚のカードを抜き出したときの得点の期待値を求めよ。

4

解答解説のページへ

四面体 OABC において，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。線分 OA, OB, OC, BC, CA, AB の中点をそれぞれ L，M，N，P，Q，R とし，$\vec{p}=\overrightarrow{\mathrm{LP}}$，$\vec{q}=\overrightarrow{\mathrm{MQ}}$，$\vec{r}=\overrightarrow{\mathrm{NR}}$ とおく。

(1)　線分 LP, MQ, NR は 1 点で交わることを示せ。

(2)　$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を $\vec{p}$，$\vec{q}$，$\vec{r}$ を用いて表せ。

(3)　直線 LP，MQ，NR が互いに直交するとする。X を $\overrightarrow{\mathrm{AX}}=\overrightarrow{\mathrm{LP}}$ となる空間の点とするとき，四面体 XABC の体積および四面体 OABC の体積を $|\vec{p}|$，$|\vec{q}|$，$|\vec{r}|$ を用いて表せ。

5

解答解説のページへ

複素数$z = x + yi$, $w = u + vi$（ただし, x, y, u, v は実数）は$|z| = |w| = 1$を満たし, $yv < 0$とする。$|1 + z + w| < 1$となるための必要十分条件をxとuを用いて表せ。

$\boxed{6}$　解答解説のページへ

(1)　n を正の整数とする。$t \geqq 0$ のとき，不等式 $e^t > \dfrac{t^n}{n!}$ が成り立つことを数学的帰納法で示せ。

(2)　極限 $I_m = \lim_{t\to\infty}\int_0^t x^m e^{-x}\,dx$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ を求めよ。