

1

解答解説のページへ

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $K = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  とし,  $p, q$  を実数とする。

(1)  $(aE + bK)^2 = pE + qK$  となる実数  $a, b$  が存在するためには,  $p, q$  がどんな条件を満たすことが必要十分であるか。

(2)  $p, q$  が  $p^2 + q^2 = 2$  を満たし, さらに

$$(aE + bK)^2 = pE + qK, (cE + dK)^2 = qE - pK$$

となる実数  $a, b, c, d$  が存在するとする。このとき  $p, q$  の値を求めよ。

2

解答解説のページへ

$\alpha, \beta$  は  $|\alpha + \beta| < 2$  を満たす複素数とする。このとき関数

$$f(x) = \frac{1}{4}|\alpha + \beta|^2 x^2 - (|\alpha| + |\beta|)x + 1$$

の  $0 \leq x \leq 1$  における最小値を求めよ。

3

解答解説のページへ

実数  $a, b, c, d$  が  $ad - bc \neq 0$  を満たすとき、関数  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  について、次の問い

に答えよ。

- (1)  $f(x)$  の逆関数  $f^{-1}(x)$  を求めよ。
- (2)  $f^{-1}(x) = f(x)$  を満たし、 $f(x) \neq x$  となる  $a, b, c, d$  の関係式を求めよ。
- (3)  $f^{-1}(x) = f(f(x))$  を満たし、 $f(x) \neq x$  となる  $a, b, c, d$  の関係式を求めよ。

4

解答解説のページへ

数直線上を、原点  $O$  から出発して動く点  $A$  があるとする。1 つのさいころを振り、その出た目が 1 のとき点  $A$  を右に 1 動かし、出た目が 2, 3 のときは右に 2 動かすものとする。また出た目が 4 のとき左に 1 動かし、出た目が 5, 6 のときは左に 2 動かすものとする。このとき、さいころを 5 回振った後に点  $A$  が原点にある確率を求めよ。

5

解答解説のページへ

$0 < t < 1$  として、頂点が  $O(0, 0)$ ,  $A(t, 0)$ ,  $B(0, 1)$  である三角形と、頂点が  $O$ ,  $P(1-t, 0)$ ,  $Q(1-t, 1-t)$ ,  $R(0, 1-t)$  である正方形の共通部分の面積を  $S$  とするとき、 $S$  を  $t$  の式で表せ。また、 $S$  を最大にする  $t$  の値を求めよ。

6

解答解説のページへ

数列  $\{\alpha_n\}$  を初項  $\frac{4}{5}$ , 公比 2 の等比数列, 数列  $\{\beta_n\}$  を初項  $\frac{1}{5}$ , 公比  $-\frac{1}{2}$  の等比数列

とする。

- (1)  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  のとき,  $\alpha_n$  の小数部分を求めよ。
- (2)  $a_n = \alpha_n + \beta_n$  の小数部分  $b_n$  を求めよ。
- (3) 数列  $\{b_n\}$  の初項から第 100 項までの和の整数部分を求めよ。