1

解答解説のページへ

曲線$C: y=e^x$と直線$l: y=ax+b\ (a>0)$が 2 点$\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$と$\mathrm{Q}(x_2,\ y_2)$で交わっている。ただし，$x_1<x_2$とする。

(1)　$x_2-x_1=c$とおくとき，y_1とy_2をaとcを用いて表せ。

(2)　PとQの距離が 1 であるとする。曲線Cとx軸および 2 直線$x=x_1$，$x=x_2$とで囲まれた図形をx軸のまわりに 1 回転させて得られる回転体の体積を$V(a)$とおくとき，$\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{V(a)}{a}$を求めよ。

2

解答解説のページへ

xy 平面上の点$(a,\ b)$は，a と b がともに有理数のときに有理点と呼ばれる。xy 平面において，3 つの頂点がすべて有理点である正三角形は存在しないことを示せ。ただし，必要ならば$\sqrt{3}$が無理数であることは証明なしで使ってよい。

3　　解答解説のページへ

平面上に，点 O を中心とし点A_1，A_2，A_3，A_4，A_5，A_6を頂点とする正六角形がある。O を通りその平面上にある直線 l を考え，各A_kと l との距離をそれぞれd_kとする。このとき

$$D = {d_1}^2 + {d_2}^2 + {d_3}^2 + {d_4}^2 + {d_5}^2 + {d_6}^2$$

はlによらず一定であることを示し，その値を求めよ。ただし，$\mathrm{OA}_k = r$とする。

$\boxed{4}$ 解答解説のページへ

xyz 空間内に 2 つの立体 K と L がある。どのような a に対しても，平面 $z=a$ による立体 K の切り口は 3 点 $(0,\ 0,\ a)$，$(1,\ 0,\ a)$，$\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ a\right)$ を頂点とする正三角形である。また，どのような a に対しても，平面 $y=a$ による立体 L の切り口は 3 点 $(0,\ a,\ 0)$，$\left(0,\ a,\ \dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$，$\left(1,\ a,\ \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ を頂点とする正三角形である。

このとき，立体 K と L の共通部分の体積を求めよ。

5

解答解説のページへ

一辺の長さが 4 の正方形の紙の表を，図のように一辺の長さが 1 のマス目 16 個に区切る。その紙を 2 枚用意し，A と B の 2 人に渡す。A と B はそれぞれ渡された紙の 2 個のマス目を無作為に選んで塗りつぶす。塗りつぶしたあと，両方の紙を表を上にしてどのように重ね合わせても，塗りつぶされたマス目がどれも重ならない確率を求めよ。ただし，2 枚の紙を重ね合わせるときには，それぞれの紙を回転させてもよいが，紙の四隅は合わせることとする。