

1

解答解説のページへ

2 次の正方行列 $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots$ を

$$A_0 = O, \quad A_n = B + A_{n-1}C \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。ただし、 O は 2 次の零行列、 B と C は 2 次の正方行列とする。

- (1) $A_n(E - C)$ を B と C を用いて表せ。ここで E は 2 次の単位行列とする。
- (2) B と C を、 $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき、 A_{3n} を求めよ。

2

解答解説のページへ

点 O で交わる 2 つの半直線 OX , OY があって $\angle XOY = 60^\circ$ とする。2 点 A, B が OX 上に O, A, B の順に、また、2 点 C, D が OY 上に O, C, D の順に並んでいるとして、線分 AC の中点を M , 線分 BD の中点を N とする。線分 AB の長さを s , 線分 CD の長さを t とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 線分 MN の長さを s と t を用いて表せ。
- (2) 点 A, B と C, D が、 $s^2 + t^2 = 1$ を満たしながら動くとき、線分 MN の長さの最大値を求めよ。

3

解答解説のページへ

N を 2 以上の自然数とする。

(1) 関数 $f(x) = (N - x) \log x$ を $1 < x < N$ の範囲で考える。このとき、曲線 $y = f(x)$ は上に凸であり、関数 $f(x)$ は極大値を 1 つだけとる。このことを示せ。

(2) 自然数の列 a_1, a_2, \dots, a_N を

$$a_n = n^{N-n} \quad (n = 1, 2, \dots, N)$$

で定める。 a_1, a_2, \dots, a_N のうちで最大の値を M とし、 $M = a_n$ となる n の個数を k とする。このとき $k = 2$ であることを示せ。

(3) (2) で $k = 2$ となるのは、 N が 2 のときだけであることを示せ。

4

解答解説のページへ

t を負の実数とし, xy 平面上で曲線 $y = 2^{2x+2t}$ と $y = 2^{x+3t}$ および y 軸で囲まれる部分を D とする。

- (1) D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積 $V(t)$ を求めよ。
- (2) t が負の実数の範囲を動くとき, $V(t)$ の最大値を求めよ。

5

解答解説のページへ

1 枚の硬貨を繰り返し投げる反復試行を行い、表が 500 回続けて出たときに終わるものとする。 n を 500 以上の自然数とすると、この反復試行が n 回で終わる確率を $p(n)$ とする。

- (1) $501 \leq n \leq 1000$ のとき、 $p(n)$ は n に関係なく一定の値になることを示し、またその値を求めよ。
- (2) $p(1002) - p(1001)$ の値を求めよ。
- (3) $1002 \leq n \leq 1500$ のとき、 $p(n+1) - p(n)$ の値を求めよ。