1

解答解説のページへ

実数を係数とする 3 次方程式 $x^3+ax^2+bx+c=0$ が異なる 3 つの実数解をもつとする。このとき，$a>0$，$b>0$ ならば，少なくとも 2 つの実数解は負であることを示せ。

2

解答解説のページへ

平面上に双曲線 $C: y=\dfrac{1}{x}$ を考える。$a,\ b,\ c,\ d$ を $d<c<0<b<a$ を満たす数とし，曲線 C 上の 4 点 P, Q, R, S をそれぞれ x 座標が $a,\ b,\ c,\ d$ であるような点としたとき，四角形 PQSR が長方形になっているとする。

(1)　$b,\ c,\ d$ を a を用いて表せ。

(2)　線分 PR と x 軸との交点を T，線分 QS と y 軸との交点を U とするとき，線分 TU と曲線 C が共通点をもたないような a の値の範囲を求めよ。

(3)　a が(2)の範囲にあるとき，3 線分 PT，TU，UQ と曲線 C で囲まれた部分の面積 $S(a)$ を求めよ。

(4)　a が(2)の範囲を動くとき，$S(a)$ の増減を調べ，その最大値を求めよ。

3

解答解説のページへ

α を $|\alpha|=1$ であるような複素数とし，複素数の列 $\{z_n\}$ を

$$z_1=1,\ z_2=\frac{\alpha^4}{2},\ \frac{z_n}{z_{n-1}}=\frac{\alpha^2}{4}\frac{\overline{z_{n-2}}}{\overline{z_{n-1}}}\ (n=3,\ 4,\ 5,\ \cdots\cdots)$$

で定める。ただし，$\overline{z_n}$ は複素数 z_n の共役な複素数とする。

(1)　各 n に対し，z_n を求めよ。

(2)　z_n の実部と虚部をそれぞれ x_n，y_n とし，$\alpha=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ とおくとき，無限級数の和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}x_k$，$\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}y_k$ をそれぞれ求めよ。

4

解答解説のページへ

n を $n\geqq 7$ を満たす整数とし, 1 つのさいころを投げる試行を n 回くり返す。このとき, $2\leqq k\leqq n$ を満たす整数 k に対し, 「n 回の試行のうち, 同じ目が出るどの 2 つの試行も k 以上離れている」という事象が起こる確率を p_k と表す。ただし, i 番目の試行と j 番目の試行について, この試行は $|i-j|$ だけ離れているということにする。

(1) p_2 の値を求めよ。

(2) $k\geqq 3$ のとき, p_k の値を求めよ。

(3) 「n 回の試行において, 同じ目が続くことはなく, しかも同じ目が出る試行の組でちょうど 2 だけ離れたものが少なくとも 1 組存在する」という事象が起こる確率を求めよ。

5

解答解説のページへ

平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円C_1と点P$(0,\ \sin\alpha)$を中心とする半径 1 の円C_2がある。ただし$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$とする。円C_2と x 軸との交点を A, B とし, A, B を通り y 軸と平行な直線をそれぞれ$l_{\rm A}$，$l_{\rm B}$とする。2 直線$l_{\rm A}$，$l_{\rm B}$ではさまれた領域の部分で, 円C_1の外部で円C_2の内部であるものをD_1, 円C_2の外部で円C_1の内部であるものをD_2とする。いま, D_1，D_2をそれぞれ x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を$V_1(\alpha)$，$V_2(\alpha)$とする。

(1) $V_1(\alpha)$，$V_1(\alpha)-V_2(\alpha)$をそれぞれα を用いて表せ。

(2) α が$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$の範囲を動くとき, $V_1(\alpha)-V_2(\alpha)$の最大値を求めよ。