1

解答解説のページへ

2 つの複素数$z = x + yi$，$w = u + vi$（x，y，u，v は実数，$i = \sqrt{-1}$ は虚数単位）に対し, $x \geqq u$ と $y \geqq v$ がともに成り立つとき, $z \gg w$ と書くことにする。

(1) 次の条件$z^2 \gg 3$かつ$\overline{z} \gg -\dfrac{5}{z}$をみたす複素数 z の範囲を求め，複素数平面上に図示せよ。ただし，$\overline{z}$ は z に共役な複素数とする。

(2) (1)で求めた範囲を z が動くとき，絶対値$|z - 3i|$の最小値，および最小値をあたえる z を求めよ。

$\boxed{2}$

解答解説のページへ

$f(x)=x^4+x^3-3x^2$ とおく。曲線 $y=f(x)$ に点 $(0,\ a)$ から接線がただ一つ引けるとし，しかもその接線はただ 1 点でこの曲線に接するとする。このときの a の値を求めよ。

$\boxed{3}$

解答解説のページへ

半径 1 の円周上に，$4n$ 個の点 P_0，P_1，…，P_{4n-1} が，反時計回りに等間隔に並んでいるとする。ただし，n は自然数である。

(1) 線分 P_0P_k の長さが $\sqrt{2}$ 以上となる k の範囲を求めよ。

(2) 点 P_0，P_1，…，P_{4n-1} のうちの相異なる 3 点を頂点にもつ三角形のうち，各辺の長さがすべて $\sqrt{2}$ 以上になるものの個数 $g(n)$ を求めよ。

4

解答解説のページへ

関数 $f(x)=4\cos^2 x-8\cos x+3$ を考える。n , k を自然数とし

$$g_n(k)=f\left(\frac{\pi}{3n}\right)+f\left(\frac{2\pi}{3n}\right)+\cdots\cdots+f\left(\frac{k\pi}{3n}\right)$$

とおく。ただし $n\geqq 2$ とする。

(1)　n を固定する。$2\leqq k\leqq 3n$ の範囲で $g_n(k-1)\geqq g_n(k)$ となる k をすべて求めよ。

また, k が $1\leqq k\leqq 3n$ の範囲を動くとき，$g_n(k)$ を最小とする k をすべて求めよ。

(2)　(1)における $g_n(k)$ の最小値を G_n とする。このとき極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{G_n}{n}$ を求めよ。

5

解答解説のページへ

数列$\{a_n\}$において，各項a_nが$a_n \geqq 0$をみたし，かつ$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2}$が成り立つとする。

さらに各nに対し

$$b_n = (1-a_1)(1-a_2)\cdots\cdots(1-a_n),\quad c_n = 1-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)$$

とおく。

(1)　すべてのnに対し不等式$b_n \geqq c_n$が成り立つことを，数学的帰納法で示せ。

(2)　あるnについて$b_{n+1} = c_{n+1}$が成り立てば，$b_n = c_n$となることを示せ。

(3)　$b_3 = \dfrac{1}{2}$となるとき，$c_3 = \dfrac{1}{2}$であることを示せ。また$b_3 = \dfrac{1}{2}$となる数列$\{a_n\}$は全部で何種類あるかを求めよ。