1　　　解答解説のページへ

$a>b>0$ とする。円 $x^2+y^2=a^2$ 上の点 $\left(b,\ \sqrt{a^2-b^2}\right)$ における接線と x 軸との交点を P とする。また, 円の外部の点 $(b,\ c)$ からこの円に 2 本の接線を引き, 接点を Q, R とする。このとき, 2 点 Q, R を通る直線は P を通ることを示せ。

2

解答解説のページへ

xy 平面上の 16 個の点からなる集合

$$\left\{(x,\ y) \mid x = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ y = 0,\ 1,\ 2,\ 3\right\}$$

を考える。この集合から異なる 3 点を無作為に選ぶ試行において，次の事象の起こる確率を求めよ。

「選んだ 3 点が三角形の頂点となり，その三角形の面積は $\dfrac{9}{2}$ である」

3

解答解説のページへ

どのような負でない 2 つの整数 m と n を用いても，$x = 3m + 5n$ とは表すことができない正の整数 x をすべて求めよ。

4

解答解説のページへ

実数 x に対して, x を越えない最大の整数を $[\,x\,]$ で表す。n を正の整数とし,

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{\left[\sqrt{2n^2 - k^2}\,\right]}{n^2}$$

とおく。このとき, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

5

解答解説のページへ

立方体 X と球 Y があって，両者の体積は等しいとする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，円周率は $\pi = 3.14\cdots\cdots$ である。

(1)　立方体 X と球 Y を動かして，立方体 X のなるべく多くの頂点が球 Y の内部に含まれるようにしたい。最大何個の頂点が含まれるようにできるか。

(2)　立方体 X と球 Y を動かして，立方体 X のなるべく多くの辺が球 Y の内部と共通の点をもつようにしたい。最大何個の辺が共通の点をもつようにできるか。