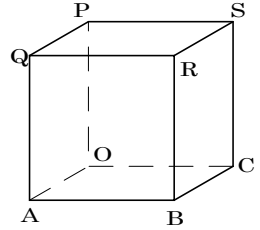


1

解答解説のページへ

辺の長さが 4 の立方体 $OABC-PQRS$ がある。辺 AB の中点を D 、辺 BC の中点を E 、辺 CS の中点を F 、辺 PS の中点を G 、辺 PQ の中点を H とする。このとき、次の問いに答えよ。



(1) ベクトル \overrightarrow{OE} を 3 つのベクトル \vec{d} , \vec{f} , \vec{g} で表せ。ただし、 $\vec{d} = \overrightarrow{OD}$, $\vec{f} = \overrightarrow{OF}$, $\vec{g} = \overrightarrow{OG}$ とする。

(2) 5 点 D, E, F, G, H は同一平面上にあることを証明せよ。

(3) 五角形 $DEFGH$ の面積を求めよ。

(4) 辺 BR を $3:1$ の比に内分する点を K とする。点 K を頂点とし、五角形 $DEFGH$ を底面とする五角錐の体積を求めよ。

2

解答解説のページへ

n, k を自然数とする。等式 $x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n + k - 1$ を満たす自然数 x_1, x_2, \dots, x_k の組の個数を $a(n, k)$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、例えば $(x_1, x_2) = (1, 2)$ と $(x_1, x_2) = (2, 1)$ とは別の組と考える。

(1) 式 における x_k のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 関係式 $a(n, k+1) = \sum_{j=1}^n a(j, k)$ が成り立つことを示せ。

(3) $a(n, 1), a(n, 2), a(n, 3), a(n, 4)$ を求め、 $a(n, k)$ を推定せよ。

(4) (3)において、 $a(1, k), a(2, k), \dots, a(n, k)$ の推定が正しいとしたとき、 $a(n, k+1)$ の推定が正しいことを証明せよ。

3

解答解説のページへ

a, b を正の数とし、関数 $f(x)$ を $f(x) = ae^x + be^{-x}$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の最小値を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフが、 y 軸に平行なある直線に関して対称であることを証明せよ。
- (3) x についての方程式 $f(x) = 1$ の解のうち、 $x > 0$ を満たすものがただ 1 つであるような a, b の範囲を ab 平面に図示せよ。

4

解答解説のページへ

a, b を実数とする。2 つの関数 $f(x) = \log(x^2 + 1)$, $g(x) = ax^2 + b$ について次の問いに答えよ。ただし、対数は自然対数とする。

- (1) 関数 $f(x)$ の極値, 曲線 $y = f(x)$ の変曲点を求め, そのグラフの概形をかけ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ が共有点を持ち, その点における 2 曲線の接線が一致する条件を求めよ。
- (3) (2)の条件において, $a = \frac{1}{4}$, $b \neq 0$ のとき, この 2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。