1

解答解説のページへ

列ベクトル $u=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\end{pmatrix}$ と $v=\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}$ の内積を $u_1v_1+u_2v_2$ と定める。$A=\begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix}$ を 2×2 行列とする。

(1) 列ベクトル $e_1=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, $e_2=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ に対して, 列ベクトル Ae_1, Ae_2 の内積が 0 であるための必要十分条件を a, b, c, d の式で表せ。

(2) 列ベクトル $f_1=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$, $f_2=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ に対して, 列ベクトル Af_1, Af_2 の内積が 0 であるための必要十分条件を a, b, c, d の式で表せ。

(3) A が(1), (2)の条件をみたすとき, 内積が 0 である任意の 2 つの列ベクトル u, v に対して, Au, Av の内積が 0 となることを示せ。

2　解答解説のページへ

xy 平面上を動く点 P の時刻 t における座標 $(x(t),\ y(t))$ は

$$x(t) = f(t)\cos t,\quad y(t) = f(t)\sin t$$

で与えられているとする。ただし，$f(t)$ は微分可能で $f'(t)$ は連続とする。

$t = a$ から $t = b$ までに点 P が動く道のりを L とする。

(1)　$L = \displaystyle\int_a^b \sqrt{\{f(t)\}^2 + \{f'(t)\}^2}\,dt$ が成り立つことを示せ。

(2)　$L \leqq \displaystyle\int_a^b \{|f(t)| + |f'(t)|\}\,dt$ が成り立つことを示せ。

(3)　$f(t) = e^{-\sqrt{t}}$，$a = 1$，$b = 4$ のとき，(2)の不等式を用いて，$L \leqq \dfrac{5}{e} - \dfrac{7}{e^2}$ が成り立つことを示せ。

3　解答解説のページへ

曲線 C と D_a を次のように定める。

C: 放物線 $y=x^2$

D_a : 中心が $(-1,\ a)$ で 2 点 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$ と原点 O を通る円

(1) 不等式 $x>0$ によって表される領域において D_a が C と共有点をもつための a の条件を求めよ。

(2) 点 P が第 1 象限の C 上を動くとする。$\angle\mathrm{APO}$ が最大となるときの点 P の座標を求めよ。また，そのときの $\sin\angle\mathrm{APO}$ の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

複素平面上で $z_0 = 2(\cos\theta + i\sin\theta)$ $\left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$, $z_1 = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{4}z_0$, $z_2 = -\dfrac{1}{z_0}$ を表す点をそれぞれ P_0, P_1, P_2 とする。

(1)　z_1 を極形式で表せ。

(2)　z_2 を極形式で表せ。

(3)　原点O, P_0, P_1, P_2 の 4 点が同一円周上にあるときの z_0 の値を求めよ。