1

解答解説のページへ

座標平面において，曲線 C 上の点 P における接線に垂直で P を通る直線を，P における C の法線とよぶ。双曲線 C_1 : $y=\dfrac{1}{x}$ について，次の問いに答えよ。

(1) 点 $\mathrm{P}\left(p,\ \dfrac{1}{p}\right)$ における C_1 の法線の方程式を求めよ。ただし，$p\neq 0$ とする。

(2) 点 $\mathrm{Q}(q,\ -q)$ を中心とする円 C_2 と C_1 が，ちょうど 2 個の共有点をもつとき，円 C_2 の半径 r を q の式で表せ。

2

解答解説のページへ

次の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)=\dfrac{\log(x+1)}{x}$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。ただし，対数は自然対数とする。

(2)　実数 $a,\ b$ は $b>a>0$ を満たすとする。このとき，次の不等式を証明せよ。

$$(a+1)^b>(b+1)^a$$

3

解答解説のページへ

行列 $A_n=\begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ は，次の関係式で定まるものとする。

$$A_1=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},\ A_n=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2+(-1)^n \end{pmatrix}A_{n-1}\quad (n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

このとき，次の問いに答えよ。

(1)　b_3 の値を求めよ。

(2)　b_{2n+1} $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を n の式で表せ。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{b_{2n+1}}{b_{2n}}$ の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

座標平面において，原点 O(0, 0) を中心とする半径 1 の円を C_1 とし，点 P$(\cos\theta,\ \sin\theta)$ と点 Q$(\cos 3\theta,\ \sin 3\theta)$ における C_1 の接線をそれぞれ l_1，l_2 とする。ただし，$\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ である。l_1 と l_2 の交点を R$(\alpha,\ \beta)$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 R の座標 α，β を θ の式で表せ。

(2) θ を $\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ の範囲で動かして得られる点 R の軌跡を C_2 とする。このとき，直線 $y = \sqrt{3}x$ と曲線 C_2 と y 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。