

1

解答解説のページへ

行列  $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}+1}{2} & -\frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}-1}{2} & \frac{\sqrt{3}+1}{2} \end{pmatrix}$  に対して、次の問いに答えよ。

- (1)  $A^2$ ,  $A^3$ ,  $A^6$  を求めよ(答のみでよい)。
- (2)  $A^n = xA$  を満たすような 1 より大きい最小の整数  $n$  と実数  $x$  を求めよ。
- (3)  $A^{120}$  を求めよ。

2

解答解説のページへ

数列  $\{a_n\}$  は次のように定められている。

$$a_1 = 1, a_{n+1}(a_n + 1) = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $a_{n+1}^2 + a_{n+1} - 1$  を  $a_n$  を用いて表せ。
- (2) 数列  $\{b_n\}$  を  $b_n = a_n^2 + a_n - 1$  で定める。このとき、 $b_{2n-1}$  は正、 $b_{2n}$  は負であることを示せ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  について、不等式  $a_{2n} < \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} < a_{2n-1}$  が成り立つことを示せ。

3

解答解説のページへ

次の条件(a), (b)をともに満たす実数の組  $(p, q, r)$  をすべて求めよ。

(a)  $p, q, r$  の絶対値は等しい。

(b) 3 次方程式  $x^3 + px^2 + qx + r = 0$  は、絶対値が 1 であるような虚数解をもつ。

4

解答解説のページへ

座標空間に定点  $A(1, 0, 0)$  をとる。点  $P(x, y, z)$  から  $yz$  平面に下ろした垂線の足を  $H$  とする。 $k > 1$  である定数  $k$  に対して、 $PH : PA = k : 1$  を満たす点  $P$  全体からなる図形を  $S$  で表す。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $S$  の点  $P$  と  $x$  軸との距離の最大値を求めよ。
- (2)  $S$  のうちで、 $y = 0$  かつ  $z = 0$  を満たす部分を  $C$  とする。 $S$  は  $C$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させて得られる図形であることを示せ。
- (3)  $S$  で囲まれる立体の体積を求めよ。