1

解答解説のページへ

n を自然数とする。$f(x)$ は 2 次関数で，曲線 $y=f(x)$ は座標平面上の 3 点 $(-1,\ 0)$，$(0,\ 1)$，$(n,\ n)$ を通るとする。

(1)　2 次関数 $f(x)$ を求めよ。

(2)　この関数 $f(x)$ について，$S=f(0)+f(1)+f(2)+\cdots\cdots+f(n)$ の値を n を用いて表せ。

(3)　(2)で求めた S の値が整数であるためには，$n+2$ が 3 の倍数であることが必要十分である。このことを証明せよ。

2

解答解説のページへ

原点を中心とする半径 1 の円が座標平面上にある。この円に内接する正三角形を原点を中心に回転させるとき，この正三角形の第 1 象限にある部分の面積の最小値と最大値を求めよ。

3

解答解説のページへ

α を 0 でない複素数とし，その偏角 θ は $0° < \theta < 90°$ を満たすものとする。原点を O とする複素数平面において α，$\dfrac{1}{\alpha}$ の表す点をそれぞれ X, Y とする。

(1) 実数 1 の表す点を A とする。4 点 O，X，A，Y の順に結んでできる四角形において，$\angle$A を $\angle$O で表せ。

(2) 実数 t の表す点を T とする。α によらず点 T がつねに三角形 OXY の外部にあるとき，実数 t はどのような範囲にあるか。

$\boxed{4}$ 解答解説のページへ

$f(t)$ を連続関数, x を実数として, 関数 $g(x)$ を次のように定義する。

$$g(x)=\int_0^1 |f(t)-x|\,dt$$

(1)　$f(t)=e^t$ のとき, 関数 $g(x)$ の増減を調べ, $y=g(x)$ のグラフの概形を描け。ただし, $e=2.71828\cdots$ は自然対数の底である。

(2)　$f(t)$ は微分可能な単調増加関数で, その逆関数も微分可能とし, $a=f\left(\frac{1}{2}\right)$ とおく。このとき, $g(x)$ は $x=a$ で最小値をとることを証明せよ。