

1

解答解説のページへ

$x$  を 1 でない正の実数とし,  $f(x) = (\log_2 2x)^2 - 5 \log_2 x + 3 \log_x 2$  とおく。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 方程式  $f(x) = 2$  の解を求めよ。
- (2) 不等式  $f(x) \geq 2$  を満たす  $x$  の値の範囲を求めよ。

2

解答解説のページへ

整数  $x, y$  が方程式  $x^2 - 3y^2 = 1 \dots\dots$  を満たすとき,  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  を の整数解と呼ぶ。行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  とするとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ。

(2)  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  が の整数解のとき,  $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  も の整数解であることを示せ。

(3)  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  は  $a > 0, b \geq 0$  なる の整数解とし,  $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  とする。このとき,  $c > 0, d < b$  となることを示せ。また,  $d < 0$  ならば  $b = 0$  であることを示せ。

(4)  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  が  $a > 0, b > 0$  なる の整数解のとき, ある自然数  $n$  に対して,  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  が成り立つことを示せ。

3

解答解説のページへ

関数  $f(x) = \cos 3x + \cos 2x + \cos x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) について次の問いに答えよ。

- (1)  $t = \cos x$  とするとき,  $f(x)$  を  $t$  の式で表せ。
- (2)  $f(x) = 0$  を満たす  $x$  の値を求めよ。
- (3) (2) で求めた  $x$  に対して,  $f'(x)$  の値を求めよ。
- (4) 定積分  $\int_0^{\pi} |f(x)| dx$  の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

原点を  $O$  とする複素数平面上で、 $0$  でない複素数  $z, w$  の表す点をそれぞれ  $P(z), Q(w)$  とする。 $z$  に対して  $w$  を、 $O$  を始点とする半直線  $OP(z)$  上に  $Q(w)$  があり、 $|w| = \frac{2}{|z|}$  を満たすようにとる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $w = \frac{2}{z}$  を示せ。
- (2)  $\pm 2, \pm 2i$  の表す 4 点を頂点とする正方形の周上を点  $P(z)$  が動く。このとき、 $Q(w) = P(z)$  となる  $z$  を求めよ。
- (3)  $P(z)$  が(2)の正方形の周上を動くとき、点  $Q(w)$  の描く図形を求めて図示せよ。