1

解答解説のページへ

(1)　ベクトル$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$が次の条件(＊)を満たすとき，点$(a_1,\ a_2)$の存在範囲を図示せよ。

(＊)　あるベクトル$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$が存在して，$(\vec{a}\cdot\vec{p})^2+(\vec{b}\cdot\vec{p})^2=|\vec{p}|^2$が任意のベクトル$\vec{p}$に対して成り立つ。

(2)　(1)で求めた$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$に対して，条件(＊)にあるベクトル$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$を求めよ。

2　解答解説のページへ

曲線$C : y = x^3$上を動く点$\mathrm{P}(t,\ t^3)$（ただし，$t \neq 0$）がある。点 P における C の接線と C とのもう一つの交点を Q とし，点 Q における C の接線と C とのもう一つの交点を R とする。このとき，$\cos\angle\mathrm{PQR}$ のとりうる値の範囲を求めよ。

3

解答解説のページへ

N 個（$N \geqq 2$）の箱の中に 1 回に 1 つずつ無作為に玉を入れてゆく。玉が 2 つ入った箱ができたら，そこでその手続きを中止する。ちょうど k 回目で玉が 2 つ入った箱ができる確率を $P(N,\ k)$ とする。

(1)　$2 \leqq k \leqq N+1$ のとき，$P(N,\ k)$ を求めよ。

(2)　$\displaystyle\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\log P(2N,\ N+1)$ を区分求積法を用いて求めよ。

4

解答解説のページへ

n を 2 以上の自然数とする。条件 $k_1 \geqq 1$, ……, $k_{n-1} \geqq 1$, $k_n \geqq 0$ を満たす n 個の整数の組 $(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n)$ に対して，自然数 $m(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n)$ を次のように定める。

$$m(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n) = 2^{k_1+k_2+\cdots+k_n} - 2^{k_2+\cdots+k_n} - 2^{k_3+\cdots+k_n} - \cdots - 2^{k_n}$$

(1)　$1999 = m(k_1,\ k_2,\ k_3,\ k_4)$ となる $(k_1,\ k_2,\ k_3,\ k_4)$ を求めよ。

(2)　$m(k_1,\ k_2) = m(l_1,\ l_2)$ であれば，$k_1 = l_1$，$k_2 = l_2$ が成り立つことを示せ。

(3)　$n \geqq 3$ のとき，$m(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n) = m(l_1,\ l_2,\ \cdots,\ l_n)$ であれば，$k_j = l_j$ $(j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ が成り立つことを示せ。