1

解答解説のページへ

$-\dfrac{1}{4}<s<\dfrac{1}{3}$ とする。xyz 空間内の平面 $z=0$ の上に長方形

$$R_s=\left\{(x,\ y,\ 0)\ \middle|\ 1\leqq x\leqq 2+4s,\ 1\leqq y\leqq 2-3s\right\}$$

がある。長方形 R_s を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体を K_s とする。

(1)　立体 K_s の体積 $V(s)$ が最大となるときの s の値，およびそのときの $V(s)$ の値を求めよ。

(2)　s を(1)で求めた値とする。このときの立体 K_s を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体 L の体積を求めよ。

2

解答解説のページへ

$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$とする。整数 $n \geqq 1$ に対して，次の試行により行列 A_{n-1} から行列 A_n を定める。

「数字の組 $(1,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(2,\ 1)$，$(2,\ 2)$ を 1 つずつ書いた 4 枚の札が入っている袋から 1 枚を取り出し，その札に書かれている数字の組が $(i,\ j)$ のとき，A_{n-1} の $(i,\ j)$ 成分に 1 を加えた行列を A_n とする。」

この試行を n 回 $(n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$ くり返した後に，A_0，A_1，$\cdots$，A_{n-1} が逆行列をもたず A_n は逆行列をもつ確率を p_n とする。

(1)　p_2，p_3 を求めよ。

(2)　$(n-1)$ 回 $(n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$ の試行をくり返した後に，A_{n-1} の第 1 行の成分がいずれも正で第 2 行の成分がいずれも 0 である確率 q_{n-1} を求めよ。

(3)　p_n $(n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$ を求めよ。

3

解答解説のページへ

xy 平面上に 3 点 O$(0,\ 0)$，A$(1,\ 0)$，B$(0,\ 1)$ がある。

(1)　$a>0$ とする。OP : AP $=1:a$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。

(2)　$a>0,\ b>0$ とする。OP : AP : BP $=1:a:b$ を満たす点 P が存在するための $a,\ b$ に対する条件を求め, ab 平面上に図示せよ。

4

解答解説のページへ

$a,\ b$ は $a \geqq b > 0$ を満たす整数とし，x と y の 2 次方程式

$$x^2 + ax + b = 0\ ,\quad y^2 + by + a = 0$$

がそれぞれ整数解をもつとする。

(1)　$a = b$ とするとき，条件を満たす整数 a をすべて求めよ。

(2)　$a > b$ とするとき，条件を満たす整数の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ。