1

解答解説のページへ

座標空間に 8 点

$$\mathrm{O}(0,\ 0,\ 0),\ \mathrm{P}(1,\ 0,\ 0),\ \mathrm{Q}(1,\ 1,\ 0),\ \mathrm{R}(0,\ 1,\ 0)$$

$$\mathrm{A}(0,\ 0,\ 1),\ \mathrm{B}(1,\ 0,\ 1),\ \mathrm{C}(1,\ 1,\ 1),\ \mathrm{D}(0,\ 1,\ 1)$$

をとり, 線分 BC の中点を M とする。線分 RD 上の点を $\mathrm{N}(0,\ 1,\ t)$ とし, 3 点 O, M, N を通る平面と線分 PD および線分 PB との交点をそれぞれ K, L とする。

(1) K の座標を t で表せ。

(2) 四面体 OKLP の体積を $V(t)$ とする。N が線分 RD 上を R から D まで動くとき, $V(t)$ の最大値と最小値およびそれらを与える t の値をそれぞれ求めよ。

2

解答解説のページへ

関数 $f(x)=(x^2-x)e^{-x}$ について，次の問いに答えよ。必要ならば，任意の自然数 n に対して，$\lim_{x\to+\infty} x^n e^{-x}=0$ が成り立つことを用いてよい。

(1) $y=f(x)$ のグラフの変曲点を求め，グラフの概形をかけ。

(2) $a>0$ とする。点 $(0,\ a)$ を通る $y=f(x)$ のグラフの接線が 1 本だけ存在するような a の値を求めよ。また，a がその値をとるとき，$y=f(x)$ のグラフ，その接線および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

3

解答解説のページへ

はじめに, A が赤玉を 1 個, B が白玉を 1 個, C が青玉を 1 個持っている。表裏の出る確率がそれぞれ$\frac{1}{2}$の硬貨を投げ, 表が出れば A と B の玉を交換し, 裏が出れば B と C の玉を交換する, という操作を考える。この操作を n 回($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)くり返した後に A, B, C が赤玉を持っている確率をそれぞれa_n, b_n, c_nとおく。

(1)　a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2を求めよ。

(2)　a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}をa_n, b_n, c_nで表せ。

(3)　a_n, b_n, c_nを求めよ。

4　解答解説のページへ

xy 平面上で x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点と呼ぶ。

(1)　$y=\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{1}{2}x$ のグラフ上に無限個の格子点が存在することを示せ。

(2)　$a,\ b$ は実数で $a\neq 0$ とする。$y=ax^2+bx$ のグラフ上に，点$(0,\ 0)$以外に格子点が 2 つ存在すれば，無限個存在することを示せ。