1

解答解説のページへ

$a>0,\ b>0$ とする。点A$(0,\ a)$を中心とする半径 r の円が，双曲線 $x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ と 2 点B$(s,\ t)$，C$(-s,\ t)$で接しているとする。ただし，$s>0$ とする。ここで，双曲線と円が点 P で接するとは，P が双曲線と円の共有点であり，かつ点 P における双曲線の接線と点 P における円の接線が一致することである。

(1) $r,\ s,\ t$ を，a と b を用いて表せ。

(2) $\triangle$ABC が正三角形となる a と r が存在するような b の値を求めよ。

2

解答解説のページへ

関数 $f(x)$ と $g(\theta)$ を

$$f(x)=\int_{-1}^{x}\sqrt{1-t^2}\,dt \quad (-1 \leqq x \leqq 1)$$

$$g(\theta)=f(\cos\theta)-f(\sin\theta) \quad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

で定める。

(1)　導関数 $g'(\theta)$ を求めよ。

(2)　$g(\theta)$ を求めよ。

(3)　$y=g(\theta)$ のグラフをかけ。

3

解答解説のページへ

行列 $A=\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ に対して，座標空間の点 P_n の座標 $(a_n,\ b_n,\ c_n)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を，$(a_1,\ b_1,\ c_1)=(1,\ 0,\ 0)$，

$$\begin{pmatrix}a_{n+1}\\ b_{n+1}\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}a_n\\ b_n\end{pmatrix},\quad c_{n+1}=c_n+\sqrt{a_nb_n}$$

で定める。

(1)　A^3 を求めよ。

(2)　点 P_2，P_3，P_4 の座標を求めよ。

(3)　点 P_n の座標を求めよ。

4a　　解答解説のページへ

さいころを投げると，1 から 6 までの整数の目が等しい確率で出るとする。さいころを n 回 $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 投げるとき，出る目の積の一の位が j $(j=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 9)$ となる確率を $p_n(j)$ とする。

(1)　$p_2(0)$，$p_2(1)$，$p_2(2)$ を求めよ。

(2)　$p_{n+1}(1)$ を，$p_n(1)$ と $p_n(7)$ を用いて表せ。

(3)　$p_n(1)+p_n(3)+p_n(7)+p_n(9)$ を求めよ。

(4)　$p_n(5)$ を求めよ。

4b

解答解説のページへ

$x,\ y$ を正の整数とする。

(1) $\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}$ を満たす組$(x,\ y)$をすべて求めよ。

(2) p を 3 以上の素数とする。$\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{p}$ を満たす組$(x,\ y)$のうち，$2x+3y$ を最小にする$(x,\ y)$を求めよ。