1

解答解説のページへ

xy 平面上に曲線 $C : y = \log x \ (x > 0)$ を考える。

(1)　曲線 C の接線で点 $(0,\ b)$ を通るものの方程式を求めよ。

(2)　平面上に 2 組の点列 $\{\mathrm{A}_n\}$，$\{\mathrm{B}_n\}$ を次のように定める。A_1 を $(1,\ 0)$ とする。A_n が定まったとき，A_n を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を B_n とし，B_n を通る曲線 C の接線の接点を A_{n+1} とする。このとき，2 つの線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$ と $\mathrm{B}_n\mathrm{A}_{n+1}$ および曲線 C とで囲まれる部分の面積 S_n を求めよ。

(3)　無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{S_n}$ の和を求めよ。ここで，$|r| < 1$ のとき $\displaystyle\lim_{n\to\infty} nr^n = 0$ であることを用いてよい。

2

解答解説のページへ

s を実数とする。$(u_1,\ v_1)=(s,\ 1)$ とし，$(u_n,\ v_n)$ $(n\geqq 2)$ を次の漸化式で定める。

$$\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_{n-1} \\ v_{n-1} \end{pmatrix}$$

s が実数全体を動くとき，$(u_n,\ v_n)$ が描く xy 平面上の図形を l_n とする。

(1)　図形 l_n $(n\geqq 1)$ の方程式を求めよ。

(2)　l_{2k-1}（k は正の整数）と y 軸との交点を中心とし，l_{2k} に接する円の方程式を求めよ。

3　　解答解説のページへ

座標平面上に 3 点$\mathrm{O}(0,\ 0)$，$\mathrm{A}(4,\ 2)$，$\mathrm{B}(6,\ 0)$を考える。平面上の直線 l に関して点 A と対称な点が線分 OB 上にあるとき，直線 l をピッタリ直線と呼ぶことにする。

(1)　点$\mathrm{P}(p,\ q)$を通るピッタリ直線 l があるとし，l に関して A と対称な点を $\mathrm{A}'(t,\ 0)$ $(0\leqq t\leqq 6)$とするとき，p，q，tの間に成り立つ関係式を求めよ。

(2)　ピッタリ直線が 2 本通る点$\mathrm{P}(p,\ q)$の存在範囲を求め，それを図示せよ。図には三角形 OAB も書いておくこと。

(3)　点$\mathrm{P}(p,\ q)$を通る 2 本のピッタリ直線が直交するような点$\mathrm{P}(p,\ q)$の存在範囲を求め，それを図示せよ。

4

解答解説のページへ

正六面体の各面に 1 つずつ, サイコロのように, 1 から 6 までの整数がもれなく書かれていて, 向かい合う面の数の和は 7 である。このような正六面体が底面の数字が 1 であるように机の上におかれている。この状態から始めて, 次の試行を繰り返し行う。「現在の底面と隣り合う 4 面のうちの 1 つを新しい底面にする」。ただし, これらの 4 面の数字がa_1, a_2, a_3, a_4のとき, それぞれの面が新しい底面となる確率の比は$a_1 : a_2 : a_3 : a_4$とする。この試行を n 回繰り返した後, 底面の数字が m である確率を$p_n(m)\ (n \geqq 1)$で表す。

(1)　$n \geqq 1$のとき, $q_n = p_n(1) + p_n(6)$, $r_n = p_n(2) + p_n(5)$, $s_n = p_n(3) + p_n(4)$を求めよ。

(2)　$p_n(m)\ (n \geqq 1,\ m = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6)$を求めよ。