1

解答解説のページへ

2 次方程式 $x^2-px-q=0$ は実数解 α, β をもつものとする。座標平面上の点列 $\{\mathrm{P}_n(a_n,\ b_n)\}$ $(n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ を次のように定める。$(a_0,\ b_0)=(0,\ 0)$,

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} q & p \\ pq & p^2+q \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(1)　P_2, P_3 の座標を α のみを用いて表せ。

(2)　P_n の座標を α のみを用いて表せ。

(3)　$n\to\infty$ のとき, $\mathrm{P}_n(a_n,\ b_n)$ がある点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ に収束するための必要十分条件を α に関する条件として与え, その点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ を求めよ。

2

解答解説のページへ

O を原点とする座標平面上の，半径 1 の円周 $A: x^2+y^2=1$ と直線 $l: y=d$ $(0<d<1)$ との交点を P，Q とする。円周 A 上の点 $\mathrm{R}(x,\ y)$ は $y>d$ の範囲を動く。線分 OR と線分 PQ の交点を S，点 R から線分 PQ へ下ろした垂線の足を T とするとき，線分 ST の長さの最大値を d を用いて表せ。

3　解答解説のページへ

サイコロを n 回投げて，3 の倍数が k 回出る確率を $P_n(k)$ とする。各 n について，$P_n(k)$ を最大にする k を $N(n)$ とする。ただし，このような k が複数あるときは，最も大きいものを $N(n)$ とする。

(1)　$\dfrac{P_n(k+1)}{P_n(k)}$ を求めよ。

(2)　$n \geqq 2$ のとき，$\dfrac{N(n)}{n}$ を最小にする n と，そのときの $\dfrac{N(n)}{n}$ の値を求めよ。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{N(n)}{n}$ を求めよ。

4a

解答解説のページへ

(1)　平行四辺形 ABCD において，$\mathrm{AB}=\mathrm{CD}=a$，$\mathrm{BC}=\mathrm{AD}=b$，$\mathrm{BD}=c$，$\mathrm{AC}=d$ とする。このとき，$a^2+b^2=\dfrac{1}{2}(c^2+d^2)$ が成り立つことを証明せよ。

(2)　3 つの正数 a，b，$c\,(0<a\leqq b\leqq c)$ が $a^2+b^2>c^2$ を満たすとき，各面の三角形の辺の長さを a, b, c とする四面体が作れることを証明せよ。

4b

解答解説のページへ

各点で微分可能な関数 $y=f(x)$ のグラフが右の図で与えられている。このとき，$y=f'(x)$ と $y=\int_0^x f(t)\,dt$ のグラフの概形を描け。また，そのようなグラフを描いたポイントを列挙して説明せよ。