

1

解答解説のページへ

e を自然対数の底とする。 $e < p < q$ のとき, 不等式 $\log(\log q) - \log(\log p) < \frac{q-p}{e}$ が成り立つことを証明せよ。

2

解答解説のページへ

閉区間 $[0, 2\pi]$ 上で定義された x の関数 $f(x) = \int_0^\pi \sin\left(|t-x| + \frac{\pi}{4}\right) dt$ の最大値および最小値とそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

3

解答解説のページへ

ABC の外心 (外接円の中心) O が三角形の内部にあるとし, α, β, γ は $\alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB} + \gamma\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ を満たす正数であるとする。また, 直線 OA, OB, OC がそれぞれ辺 BC, CA, AB と交わる点を A', B', C' とする。

- (1) $\overrightarrow{OA}, \alpha, \beta, \gamma$ を用いて $\overrightarrow{OA'}$ を表せ。
- (2) $A'B'C'$ の外心が O に一致すれば $\alpha = \beta = \gamma$ であることを示せ。

4 a

解答解説のページへ

n を 3 以上の自然数とする。有限複素数列 z_1, z_2, \dots, z_n の各項はいずれも方程式 $z^6 = 1$ の解の 1 つであり、かつ関係式 $z_1 + z_2 + \dots + z_n = 0$ を満たしているとする。

- (1) z_1, z_2, \dots, z_n の中に 1 が含まれ、 -1 が含まれていないとすれば、 $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$,
 $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ はいずれも z_1, z_2, \dots, z_n の中に含まれることを示せ。
- (2) $n = 6$ のとき, (1) のような複素数列 z_1, z_2, \dots, z_6 のとり方の個数を求めよ。

4 b

解答解説のページへ

数直線上の原点 O から出発して、硬貨を投げながら駒を整数点上動かすゲームを考える。毎回硬貨を投げて表が出れば $+1$ 、裏が出れば -1 、それぞれ駒を進めるとする。ただし、点 -1 または点 3 に着いたときは以後そこにとどまるものとする。

- (1) k 回目に硬貨を投げた後、駒が点 1 にある確率を求めよ。
- (2) k 回目に硬貨を投げた後、駒がある点 X_k の期待値 $E[X_k]$ を求めよ。