1

解答解説のページへ

座標平面上に，双曲線$C : x^2 - y^2 = 1$と点A$(2,\ 0)$がある。

(1)　点Aを通り双曲線Cと1点のみで交わる直線を求めよ。

(2)　直線lが点Aを通り双曲線Cと相異なる2点で交わるように動くとき，この2点の中点は，あるひとつの双曲線上にあることを示せ。

2

解答解説のページへ

この問題では, e は自然対数の底, log は自然対数を表す。

実数 a, b に対して, 直線 $l: y = ax + b$ は曲線 $C: y = \log(x+1)$ と, x 座標が $0 \leqq x \leqq e-1$ を満たす点で接しているとする。

(1) このときの点 $(a,\ b)$ の存在範囲を求め, ab 平面上に図示せよ。

(2) 曲線 C および 3 つの直線 l, $x=0$, $x=e-1$ で囲まれた図形の面積を最小にする a, b の値と, このときの面積を求めよ。

3

解答解説のページへ

図のように，平面上に点A_0，A_1，A_2，……およびB_0，B_1，B_2，……が並んでいる。点PはA_0から出発し，次の規則に従いこれらの点の上を移動する。

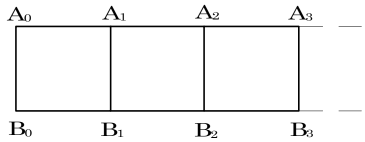
PがA_nにいるときには1秒後にA_{n+1}またはB_nに，一方B_nにいるときにはB_{n+1}またはA_nに移動する。ただし，前にいた点には戻らない。また, Pが移動しうる点が複数あるときには，それぞれの点へ等確率で移動する。

PがA_nへ到る行き方がa_n通り，B_nへ到る行き方がb_n通りあるとする。

(1)　a_3，b_3を求めよ。

(2)　a_n，b_nを求めよ。

(3)　一方，点QはA_8からPと同時に出発し，1秒ごとに順次$A_8 \to A_7 \to A_6 \to \cdots\cdots \to A_0$と移動し，その後は$A_0$にとどまる。PとQが出会う確率を求めよ。



4a　解答解説のページへ

座標空間内の 6 つの平面$x=0$，$x=1$，$y=0$，$y=1$，$z=0$，$z=1$で囲まれた立方体を C とする。$\vec{l}=(-a_1,\ -a_2,\ -a_3)$を$a_1>0$，$a_2>0$，$a_2>0$を満たし，大きさが 1 のベクトルとする。$H$ を原点 O を通りベクトル$\vec{l}$に垂直な平面とする。このとき，ベクトル$\vec{l}$を進行方向にもつ光線により平面 H に生じる立方体 C の影の面積を，a_1，a_2，a_3を用いて表せ。ここに，C の影とは C 内の点から平面 H へひいた垂線の足全体のなす図形である。

4b　解答解説のページへ

実数を係数とする 3 次方程式 $x^3+px^2+qx+r=0$ は，相異なる虚数解 α，β と実数解 γ をもつとする。

(1)　$\beta=\overline{\alpha}$ が成り立つことを証明せよ。ここで，$\overline{\alpha}$ は α と共役な複素数を表す。

(2)　α，β，γ が等式 $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$ を満たし，さらに複素数平面上で α，β，γ を表す 3 点は 1 辺の長さが $\sqrt{3}$ の正三角形をなすものとする。このとき，実数の組 $(p,\ q,\ r)$ をすべて求めよ。