1　解答解説のページへ

三角形 ABC の 3 辺の長さを $a=\mathrm{BC}$，$b=\mathrm{CA}$，$c=\mathrm{AB}$ とする。実数 $t\geqq 0$ を与えたとき, A を始点とし B を通る半直線上に $\mathrm{AP}=tc$ となるように点 P をとる。次の問いに答えよ。

(1)　CP^2 を a, b, c, t を用いて表せ。

(2)　点 P が $\mathrm{CP}=a$ を満たすとき, t を求めよ。

(3)　(2)の条件を満たす点 P が辺 AB 上にちょうど 2 つあるとき, ∠A と∠B に関する条件を求めよ。

2

解答解説のページへ

次のような競技を考える。競技者がサイコロを振る。もし，出た目が気に入ればその目を得点とする。そうでなければ，もう 1 回サイコロを振って，2 つの目の合計を得点とすることができる。ただし，合計が 7 以上になった場合は得点は 0 点とする。この取り決めによって，2 回目を振ると得点が下がることもあることに注意しよう。次の問いに答えよ。

(1)　競技者が常にサイコロを 2 回振るとすると，得点の期待値はいくらか。

(2)　競技者が最初の目が 6 のときだけ 2 回目を振らないとすると，得点の期待値はいくらか。

(3)　得点の期待値を最大にするためには，競技者は最初の目がどの範囲にあるときに 2 回目を振るとよいか。

3

解答解説のページへ

xy 平面上に曲線 $y=\dfrac{1}{x^2}$ を描き，この曲線の第 1 象限内の部分を C_1，第 2 象限内の部分を C_2 と呼ぶ。C_1 上の点 $\mathrm{P}_1\left(a,\ \dfrac{1}{a^2}\right)$ から C_2 に向けて接線を引き，C_2 との接点を Q_1 とする。次に点 Q_1 から C_1 に向けて接線を引き，C_1 との接点を P_2 とする。次に点 P_2 から C_2 に向けて接線を引き，接点を Q_2 とする。以下同様に続けて，C_1 上の点列 P_n と C_2 上の点列 Q_n を定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　点 Q_1 の座標を求めよ。

(2)　三角形 $\mathrm{P}_1\mathrm{Q}_1\mathrm{P}_2$ の面積 S_1 を求めよ。

(3)　三角形 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ の面積 S_n を求めよ。

(4)　級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和を求めよ。

4

解答解説のページへ

中心が$(0,\ a)$，半径aの円をxy平面上のx軸の上をxの正の方向に滑らないように転がす。このとき円上の定点 P が原点$(0,\ 0)$を出発するとする。次の問いに答えよ。

(1)　円が角tだけ回転したとき，点 P の座標を求めよ。

(2)　tが 0 から2πまで動いて円が 1 回転したときの点 P の描く曲線をCとする。曲線Cとx軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。

(3)　(2)の曲線の長さを求めよ。

5

解答解説のページへ

実数を成分とする 2 次正方行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える。平面上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ に対し，点 $\mathrm{Q}(X,\ Y)$ を

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

により定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　P が放物線 $y=x^2$ 全体の上を動くとき，Q が放物線 $9X=2Y^2$ 全体の上を動くという。このとき，行列 A を求めよ。

(2)　P が放物線 $y=x^2$ 全体の上を動くとき，Q は常に円 $X^2+(Y-1)^2=1$ の上にあるという。このとき，行列 A を求めよ。

(3)　P が放物線 $y=x^2$ 全体の上を動くとき，Q がある直線 L <u>全体</u>の上を動くための a，b，c，d についての条件を求めよ。また，その条件が成り立っているとき，直線 L の方程式を求めよ。