1

解答解説のページへ

$n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots$ に対して，$I_n=\dfrac{(-1)^n}{n!}\displaystyle\int_0^2 x^n e^x dx$ とおく。ただし，$0!=1$ とする。

(1)　I_0 の値を求め，$n=1,\ 2,\ \cdots$ のとき I_n と I_{n-1} の関係式を求めよ。また，これらを用いて I_3 の値を求めよ。

(2)　$0\leqq x\leqq 2$ に対して $e^x\leqq e^2$ であることを利用して，次の不等式を示せ。

$$\frac{1}{n!}\int_0^2 x^n e^x dx\leqq 2e^2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\quad (n=1,\ 2,\ \cdots)$$

(3)　極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k 2^k}{k!}$ を求めよ。

2

解答解説のページへ

2 次の正方行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ に対して，次の問いに答えよ。ただし，a, b は定数とする。

(1) $(a+b)^4$，$(a-b)^4$ を展開せよ。

(2) A^4 を $(a+b)^4$，$(a-b)^4$ を用いて表せ。

(3) 自然数 n に対して，A^n を求めよ。

(4) $0<a<1$ とし $b=1-a$ としたときの A^n の $(1,\ 1)$ 成分を x_n とする。極限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ を求めよ。

3

解答解説のページへ

座標平面上を動く点$\mathrm{P}(x(t),\ y(t))$の時刻tにおける座標が

$$x(t)=\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right),\ \ y(t)=\cos(2t)\quad (0\leqq t<2\pi)$$

で与えられているとし，この点の軌跡をCとする。

(1) Pが原点を通るときの速度ベクトルを求めよ。

(2) Cがx軸, y軸に関して対称であることを示せ。

(3) Cの概形を描け。

(4) Cが囲む図形の面積を求めよ。

$\boxed{4}$　解答解説のページへ

座標空間内の三角柱

$$0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq 1,\ x \geqq y,\ 0 \leqq z \leqq 1$$

を考え，その xy 平面内の面を S，xz 平面内の面を T とする。点 $\mathrm{A}(a,\ b,\ 0)$ を S 内に，点 $\mathrm{B}(c,\ 0,\ d)$ を T 内にとり，また $\mathrm{C}(1,\ 1,\ 1)$ とする。ただし，点 A, B は原点 O とは異なるとする。

(1)　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ に直交する単位ベクトルを求め，その単位ベクトルとベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の内積の絶対値を求めよ。

(2)　四面体 OABC の体積を求めよ。ただし，点 O, A, B, C は同一平面上にないとする。

(3)　点 A が S 内を，点 B が T 内を動くとする。このときの，四面体 OABC の体積の最大値，および最大値を与える点 A, B の位置をすべて求めよ。

5

解答解説のページへ

n を 3 以上の自然数とする。スイッチを入れると等確率で赤色または青色に輝く電球が横一列に n 個並んでいる。これらの n 個の電球のスイッチを同時に入れた後，左から電球の色を見ていき，色の変化の回数を調べる。

(1) 赤青…青，赤赤青…青，…… のように左端が赤色で色の変化がちょうど 1 回起きる確率を求めよ。

(2) 色の変化が少なくとも 2 回起きる確率を求めよ。

(3) 色の変化がちょうど m 回 $(0 \leqq m \leqq n-1)$ 起きる確率を求めよ。

(4) 色の変化の回数の期待値を求めよ。