1

解答解説のページへ

放物線 $y = x^2$ の上を動く 2 点 P，Q があって，この放物線と線分 PQ が囲む部分の面積が常に 1 であるとき, PQ の中点 R が描く図形の方程式を求めよ。

2

解答解説のページへ

平面上に 2 定点 A, B をとる。c は正の定数として，平面上の点 P が

$$|\overrightarrow{\mathrm{PA}}||\overrightarrow{\mathrm{PB}}|+\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=c$$

を満たすとき，点 P の軌跡を求めよ。

$\boxed{3}$

解答解説のページへ

(1)　$a_0 < b_0$，$a_1 < b_1$ を満たす正の実数 a_0，b_0，a_1，b_1 について，次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{{b_1}^2}{{a_0}^2+1}+\frac{{a_1}^2}{{b_0}^2+1} > \frac{{a_1}^2}{{a_0}^2+1}+\frac{{b_1}^2}{{b_0}^2+1}$$

(2)　n 個の自然数 x_1，x_2，……，x_n は互いに相異なり，$1 \leqq x_k \leqq n$ （$1 \leqq k \leqq n$）を満たしているとする。このとき，次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{{x_k}^2}{k^2+1} > n-\frac{8}{5}$$

4

解答解説のページへ

複素平面上で，△ABC の頂点を表す複素数を α，β，γ とする。α，β，γ が次の 3 条件を満たすとする。

1. △ABC は辺の長さ $\sqrt{3}$ の正三角形である
2. $\alpha+\beta+\gamma=3$
3. $\alpha\beta\gamma$ は絶対値 1 で，虚数部分は正

このとき，次の問いに答えよ。

(1) $z=\alpha-1$ とおいて，β と γ を z を使って表せ。

(2) α，β，γ の偏角を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \arg\alpha \leqq \arg\beta \leqq \arg\gamma < 360^\circ$ とする。

5

解答解説のページへ

以下の問いに答えよ。ただし，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$ が無理数であることは使ってよい。

(1)　有理数 p，q，r について，$p+q\sqrt{2}+r\sqrt{3}=0$ ならば，$p=q=r=0$ であることを示せ。

(2)　実数係数の 2 次式 $f(x)=x^2+ax+b$ について，$f(1)$，$f(1+\sqrt{2})$，$f(\sqrt{3})$ のいずれかは無理数であることを示せ。

6

解答解説のページへ

x, y は t を媒介変数として，次のように表示されているものとする。

$$x = \frac{3t - t^2}{t+1},\quad y = \frac{3t^2 - t^3}{t+1}$$

変数 t が $0 \leqq t \leqq 3$ を動くとき，x と y の動く範囲をそれぞれ求めよ。さらに，この $(x,\ y)$ が描くグラフが囲む図形と領域 $y \geqq x$ の共通部分の面積を求めよ。