1

解答解説のページへ

直角三角形に半径 r の円が内接していて，三角形の 3 辺の長さの和と円の直径との和が 2 となっている。このとき以下の問いに答えよ。

(1)　この三角形の斜辺の長さを r で表せ。

(2)　r の値が問題の条件を満たしながら変化するとき，この三角形の面積の最大値を求めよ。

2

解答解説のページへ

$f(x)=x^2+7$ とおく。

(1)　n は 3 以上の自然数で，ある自然数 a に対して $f(a)$ は 2^n の倍数になっているとする。このとき $f(a)$ と $f(a+2^{n-1})$ のうち少なくとも一方は 2^{n+1} の倍数であることを示せ。

(2)　任意の自然数 n に対して $f(a_n)$ が 2^n の倍数となるような自然数 a_n が存在することを示せ。

3

解答解説のページへ

四面体 OABC の辺 OA 上に点 P，辺 AB 上に点 Q，辺 BC 上に点 R，辺 CO 上に点 S をとる。これらの 4 点をこの順序で結んで得られる図形が平行四辺形となるとき，この平行四辺形 PQRS の 2 つの対角線の交点は 2 つの線分 AC と OB のそれぞれの中点を結ぶ線分上にあることを示せ。

4

解答解説のページへ

$a,\ m$ は自然数で a は定数とする。xy 平面上の点$(a,\ m)$を頂点とし，原点と点$(2a,\ 0)$を通る放物線を考える。この放物線と x 軸で囲まれる領域の面積をS_m，この領域の内部および境界線上にある格子点の数をL_mとする。このとき極限値

$$\lim_{m\to\infty}\frac{L_m}{S_m}$$

を求めよ。ただし xy 平面上の格子点とはその点の x 座標と y 座標がともに整数となる点のことである。

5

解答解説のページへ

袋の中に青色，赤色，白色の形の同じ玉がそれぞれ 3 個ずつ入っている。各色の 3 個の玉にはそれぞれ 1，2，3 の番号がついている。これら 9 個の玉をよくかきまぜて袋から同時に 3 個の玉を取り出す。取り出した 3 個のうちに同色のものが他になく，同番号のものも他にない玉の個数を得点とする。たとえば，青 1 番，赤 1 番，白 3 番を取り出したときの得点は 1 で，青 2 番，赤 2 番，赤 3 番を取り出したときの得点は 0 である。このとき以下の問いに答えよ。

(1) 得点が n となるような取り出し方の数を $A(n)$ とするとき，$A(0)$，$A(1)$，$A(2)$，$A(3)$ を求めよ。

(2) 得点の期待値を求めよ。

6

解答解説のページへ

a を $0<a<1$ を満たす定数として，曲線 $y=\log(x-a)$ と x 軸と 2 直線 $x=1$，$x=3$ で囲まれる図形を x 軸のまわりに回転して得られる立体の体積を $V(a)$ とする。

(1)　$V(a)$ を求めよ。

(2)　a の値が $0<a<1$ の範囲で変化するとき，$V(a)$ の最小値を求めよ。