$\boxed{1}$

解答解説のページへ

四面体 ABCD において $\overrightarrow{\mathrm{CA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{DA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{DB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ はそれぞれ垂直であるとする。このとき, 頂点 A, 頂点 B および辺 CD の中点 M の 3 点を通る平面は辺 CD と直交することを示せ。

2

解答解説のページへ

x を正の実数とする。座標平面上の 3 点 $\mathrm{A}(0,\ 1)$，$\mathrm{B}(0,\ 2)$，$\mathrm{P}(x,\ x)$ をとり，$\triangle\mathrm{APB}$ を考える。x の値が変化するとき，$\angle\mathrm{APB}$ の最大値を求めよ。

3

解答解説のページへ

a を正の実数とする。座標平面において曲線 $y=\sin x\ (0 \leqq x \leqq \pi)$ と x 軸とで囲まれた図形の面積を S とし，曲線 $y=\sin x\ \left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$，$y=a\cos x\ \left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$ および x 軸で囲まれた図形の面積を T とする。このとき $S:T=3:1$ となるような a の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

$1<a<2$ とする。3 辺の長さが $\sqrt{3}$, a, b である鋭角三角形の外接円の半径が 1 であるとする。このとき, a を用いて b を表せ。

5

解答解説のページへ

次の問いに答えよ。

(1)　n を正の整数，$a=2^n$ とする。3^a-1 は 2^{n+2} で割り切れるが 2^{n+3} では割り切れないことを示せ。

(2)　m を正の偶数とする。3^m-1 が 2^m で割り切れるならば $m=2$ または $m=4$ であることを示せ。

6　　解答解説のページへ

n 個のボールを $2n$ 個の箱へ投げ入れる。各ボールはいずれかの箱に入るものとし，どの箱に入る確率も等しいとする。どの箱にも 1 個以下のボールしか入っていない確率を p_n とする。このとき，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\log p_n}{n}$ を求めよ。