

1

解答解説のページへ

直線  $y = px + q$  が関数  $y = \log x$  のグラフと共有点をもたないために  $p$  と  $q$  が満たすべき必要十分条件を求めよ。

2

解答解説のページへ

正四面体  $ABCD$  を考える。点  $P$  は時刻 0 では頂点  $A$  に位置し、1 秒ごとにある頂点から他の 3 頂点のいずれかに、等しい確率で動くとする。このとき、時刻 0 から時刻  $n$  までの間に、4 頂点  $A, B, C, D$  のすべてに点  $P$  が現れる確率を求めよ。ただし、 $n$  は 1 以上の整数とする。

3

解答解説のページへ

空間の 1 点  $O$  を通る 4 直線で、どの 3 直線も同一平面上にないようなものを考える。このとき、4 直線のいずれとも  $O$  以外の点で交わる平面で、4 つの交点が平行四辺形の頂点になるようなものが存在することを示せ。

4

解答解説のページへ

定数  $a$  は実数であるとする。関数  $y = |x^2 - 2|$  と  $y = |2x^2 + ax - 1|$  のグラフの共有点はいくつあるか。 $a$  の値によって分類せよ。

5

解答解説のページへ

次の式で与えられる底面の半径が 2, 高さが 1 の円柱  $C$  を考える。

$$C = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}$$

$xy$  平面上の直線  $y=1$  を含み,  $xy$  平面と  $45^\circ$  の角をなす平面のうち, 点  $(0, 2, 1)$  を通るものを  $H$  とする。円柱  $C$  を平面  $H$  で 2 つに分けるときの, 点  $(0, 2, 0)$  を含む方の体積を求めよ。

6

解答解説のページへ

地球上の北緯  $60^\circ$  東経  $135^\circ$  の地点を  $A$ , 北緯  $60^\circ$  東経  $75^\circ$  の地点を  $B$  とする。 $A$  から  $B$  に向かう 2 種類の飛行経路  $R_1$ ,  $R_2$  を考える。 $R_1$  は西に向かって同一緯度で飛ぶ経路とする。 $R_2$  は地球の大円に沿った経路のうち飛行距離の短い方とする。 $R_1$  に比べて  $R_2$  は飛行距離が 3% 以上短くなることを示せ。ただし地球は完全な球体であるとし、飛行機は高度 0 を飛ぶものとする。また必要があれば、三角関数表を用いよ。

注：大円とは、球を球の中心を通る平面で切ったとき、その切り口にできる円のことである。