

1

解答解説のページへ

以下の各問いにそれぞれ答えよ。

[1] 定積分 $\int_0^2 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+4}} dx$ を求めよ。

[2] 1 歩で 1 段または 2 段のいずれかで階段を昇るとき, 1 歩で 2 段昇ることは連続しないものとする。15 段の階段を昇る昇り方は何通りあるか。

2

解答解説のページへ

x, y を相異なる正の実数とする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 0, \quad a_{n+1} = xa_n + y^{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定めるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ が有限の値に収束するような座標平面上の点 (x, y) の範囲を図示せよ。

3

解答解説のページへ

p を 3 以上の素数とする。4 個の整数 a, b, c, d が次の 3 条件

$$a + b + c + d = 0, \quad ad - bc + p = 0, \quad a \quad b \quad c \quad d$$

を満たすとき、 a, b, c, d を p を用いて表せ。

4

解答解説のページへ

点 O を中心とする円に内接する ABC の 3 辺 AB, BC, CA をそれぞれ $2:3$ に内分する点を P, Q, R とする。 PQR の外心が点 O と一致するとき、 ABC はどのような三角形か。

5

解答解説のページへ

A を 2 次の正方行列とする。列ベクトル \vec{x}_0 に対し、列ベクトル $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots$ を

$$\vec{x}_{n+1} = A\vec{x}_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

によって定める。ある零ベクトルではない \vec{x}_0 について、3 以上の自然数 m で初めて \vec{x}_m が \vec{x}_0 と一致するとき、行列 A^m は単位行列であることを示せ。

6

解答解説のページへ

すべての実数で定義され何回でも微分できる関数 $f(x)$ が $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ を満たし, さらに任意の実数 a, b に対して $1 + f(a)f(b) \neq 0$ であって

$$f(a+b) = \frac{f(a) + f(b)}{1 + f(a)f(b)}$$

を満たしている。

- (1) 任意の実数 a に対して, $-1 < f(a) < 1$ であることを証明せよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフは $x > 0$ で上に凸であることを証明せよ。