

1

解答解説のページへ

$f(\theta) = \cos 4\theta - 4 \sin^2 \theta$ とする。 $0 \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$ における $f(\theta)$ の最大値および最小値を求めよ。

2

解答解説のページへ

$\alpha > 0$ とし, $x > 0$ で定義された関数 $f(x) = \left(\frac{e}{x^\alpha} - 1\right) \frac{\log x}{x}$ を考える。 $y = f(x)$ のグラフより下側で x 軸より上側の部分の面積を α で表せ。ただし, e は自然対数の底である。

3

解答解説のページへ

n を 2 以上の自然数とする。 x^{2n} を $x^2 - x + \frac{n-1}{n^2}$ で割った余りを $a_n x + b_n$ とする。

すなわち, x の多項式 $P_n(x)$ があって

$$x^{2n} = P_n(x) \left(x^2 - x + \frac{n-1}{n^2} \right) + a_n x + b_n$$

が成り立っているとする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。

4

解答解説のページへ

行列 A, B を $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ とする。次の(*)が成り立つための実数 α , β についての必要十分条件を求めよ。

(*) どんな 2 次正方行列 Y に対しても, 2 次正方行列 X で $AX - XB = Y$ となるものがある。

5

解答解説のページへ

複素数 α に対してその共役複素数を $\bar{\alpha}$ で表す。 α を実数ではない複素数とする。
複素平面内の円 C が 1 , -1 , α を通るならば, C は $-\frac{1}{\alpha}$ も通ることを示せ。

6

解答解説のページへ

N を自然数とする。 $N+1$ 個の箱があり、1 から $N+1$ までの番号が付いている。どの箱にも玉が 1 個入っている。番号 1 から N までの箱に入っている玉は白玉で、番号 $N+1$ の箱に入っている玉は赤玉である。次の操作(*)を、各々の $k=1, 2, \dots, N+1$ に対して、 k が小さい方から順番に 1 回ずつ行う。

(*) k 以外の番号の N 個の箱から 1 個の箱を選び、その箱の中身と番号 k の箱の中身を交換する。(ただし、 N 個の箱から 1 個の箱を選ぶ事象は、どれも同様に確からしいとする。)

操作がすべて終了した後、赤玉が番号 $N+1$ の箱に入っている確率を求めよ。