

1

解答解説のページへ

数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n と表す。この数列が $a_1 = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$, $n(n-2)a_{n+1} = S_n(n-1)$ を満たすとき, 一般項 a_n を求めよ。

2

解答解説のページへ

半径 1 の円周上に相異なる 3 点 A, B, C がある。

- (1) $AB^2 + BC^2 + CA^2 > 8$ ならば ABC は鋭角三角形であることを示せ。
- (2) $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 9$ が成立することを示せ。また、この等号が成立するのはどのような場合か。

3

解答解説のページへ

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1$ は整数を係数とする x の 4 次式とする。4 次方程式 $f(x) = 0$ の重複も込めた 4 つの解のうち、2 つは整数で残りの 2 つは虚数であるという。このとき a, b, c の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

- (1) $x > 0$ で定義された関数 $f(x) = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$ について、導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) 極方程式 $r = \theta$ ($\theta > 0$) で定義される曲線の、 $0 < \theta < \pi$ の部分の長さを求めよ。

5

解答解説のページへ

a, b, c を実数とする。 $y = x^3 + 3ax^2 + 3bx$ と $y = c$ のグラフが相異なる 3 つの交点をもつという。このとき $a^2 > b$ が成立することを示し、さらにこれらの交点の x 座標のすべては开区間 $(-a - 2\sqrt{a^2 - b}, -a + 2\sqrt{a^2 - b})$ に含まれていることを示せ。

6

解答解説のページへ

$0 < \theta < 90$ とし, a は正の数とする。複素数平面上の点 z_0, z_1, z_2, \dots を次の条件 (i), (ii) を満たすように定める。

(i) $z_0 = 0, z_1 = a$

(ii) $n \geq 1$ のとき, 点 $z_n - z_{n-1}$ を原点のまわりに θ° 回転すると点 $z_{n+1} - z_n$ に一致する。

このとき点 z_n ($n \geq 1$) が点 z_0 と一致するような n が存在するための必要十分条件は, θ が有理数であることを示せ。