

1

解答解説のページへ

$xy$  平面上の曲線  $C: y = x^3$  上の点  $P$  における接線を,  $P$  を中心にして反時計回りに  $45^\circ$  回転して得られる直線を  $L$  とする。  $C$  と  $L$  が, 相異なる 3 点で交わるような  $P$  の範囲を図示せよ。

2

解答解説のページへ

未知数  $x$  に関する方程式  $x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - (a+1)x + a = 0$  が、虚軸上の複素数を解にもつような実数  $a$  をすべて求めよ。

3

解答解説のページへ

整数  $n$  に対し  $f(n) = \frac{n(n-1)}{2}$  とおき,  $a_n = i^{f(n)}$  と定める。ただし,  $i$  は虚数単位を表す。このとき,  $a_{n+k} = a_n$  が任意の整数  $n$  に対して成り立つような正の整数  $k$  をすべて求めよ。

4

解答解説のページへ

空間内の正八面体の頂点  $P_1, P_2, \dots, P_6$  とベクトル  $\vec{v}$  に対し、 $k \neq m$  のとき  $\overrightarrow{P_k P_m} \cdot \vec{v} \neq 0$  が成り立っているとする。このとき、 $k$  と異なるすべての  $m$  に対し、 $\overrightarrow{P_k P_m} \cdot \vec{v} < 0$  が成り立つような点  $P_k$  が存在することを示せ。

5

解答解説のページへ

$p$  を 2 以上の整数とする。2 以上の整数  $n$  に対し、次の条件(イ), (ロ)を満たす複素数の組  $(z_1, z_2, \dots, z_n)$  の個数を  $a_n$  とする。

(イ)  $k=1, 2, \dots, n$  に対し、 $z_k^p = 1$  かつ  $z_k \neq 1$

(ロ)  $z_1 z_2 \cdots z_n = 1$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $a_3$  を求めよ。
- (2)  $a_{n+2}$  を  $a_n, a_{n+1}$  の一方または両方を用いて表せ。
- (3)  $a_n$  を求めよ。

6

解答解説のページへ

次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{n\pi} e^{-x} |\sin nx| dx$$