1　解答解説のページへ

座標空間内の 8 点 O(0, 0, 0), A(2, 0, 0), B(2, 2, 0), C(0, 2, 0), P(0, 0, 1), Q(2, 0, 1), R(2, 2, 1), S(0, 2, 1) を頂点とする直方体を考える。次の各問いに答えよ。

(1)　$D=(x,\ y,\ 1)$ を面 PQRS 上の点とするときベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を x, y およびベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を用いて表せ。

(2)　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ がベクトル $\overrightarrow{\mathrm{CQ}}$ と直交するための条件を x, y を用いて表せ。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{OD}}\perp\overrightarrow{\mathrm{CQ}}$ である D の中で $|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|$ が最小となるような D を与える x, y の値を求めよ。

2

解答解説のページへ

$0<a<4$とし，座標平面上の 4 点$(0,\ 0)$，$(a,\ 0)$，$(a,\ 4-a)$，$(0,\ 4-a)$を頂点とする長方形の内部をI_aとする。$y \leqq \dfrac{1}{x}$をみたすI_aの点$(x,\ y)$全体のなす図形の面積を$S(a)$とするとき，次の各問いに答えよ。

(1)　$S(a)$をaを用いて表せ。

(2)　$S(a)$の最大値を求めよ。

$\boxed{3}$ 解答解説のページへ

次の各問いに答えよ。

(1)　$A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$, $B_1=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B_2=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ とおくとき,

AB_1-B_1A と AB_2-B_2A を計算せよ。

(2)　3×3 行列 A で, 任意の 3×3 行列 B に対して $AB=BA$ をみたすものをすべて求めよ。

4

解答解説のページへ

$0<x<\frac{1}{2}$ とする。一辺の長さが 1 の正方形の紙の 4 つのすみから一辺の長さが x の正方形を切り取りふたのない箱 A を作る。さらに，切り取った一辺の長さが x の正方形の 4 つのすみをそれぞれ切り取り，A と相似なふたのない箱 B_i $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$ を作る。次の各問いに答えよ。

(1) 箱 A の容積 $f(x)$ を最大にする x の値 a を求めよ。

(2) 箱 B_1 の容積 $g(x)$ を最大にする x の値 b を求めよ。

(3) 方程式 $f'(x)+4g'(x)=0$ が区間 $a<x<b$ に解をもつことを示せ。

5

解答解説のページへ

A 地点から B 地点まで 0 または 1 の一文字からなる信号を送る。A 地点と B 地点の間に中継点を $2n-1$ 箇所作り AB 間を $2n$ 個の小区間に分割すると，一つの区間において 0 と 1 が逆転して伝わる確率は $\dfrac{1}{4n}$ である。このとき A 地点を発した信号 0 が B 地点に 0 として伝わる確率を P_{2n} とする。次の各問いに答えよ。

(1)　偶数回の逆転があると, A 地点で発した信号 0 が B 地点に 0 として伝わることに注意して P_2 を求めよ。

(2)　$(a+b)^{2n}+(a-b)^{2n}=2\sum_{k=0}^{n}{}_{2n}\mathrm{C}_{2k}\,a^{2n-2k}b^{2k}$ を示せ。

(3)　P_{2n} を求めよ。

(4)　$\lim_{n\to\infty}P_{2n}$ を求めよ。