

1

解答解説のページへ

実数 x, y に関する次の各命題の真偽を答えよ。さらに、真である場合は証明し、偽である場合は反例をあげよ。

- (1) $x > 0$ かつ $xy > 0$ ならば、 $y > 0$ である。
- (2) $x \leq 0$ かつ $xy \leq 0$ ならば、 $y \leq 0$ である。
- (3) $x + y \leq 0$ かつ $xy \leq 0$ ならば、 $y \leq 0$ である。

2

解答解説のページへ

xy 平面上に 3 点 $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$, $C(0, \sqrt{3})$ をとる。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) A, B の 2 点を中心とする同じ半径 r の 2 つの円が接する。このような r の値を求めよ。
- (2) (1) で求めた r の値について, C を中心とする半径 r の円が, A, B の 2 点を中心とする半径 r の 2 つの円のどちらとも接することを示せ。
- (3) A, B, C の 3 点を中心とする同じ半径 s の 3 つの円が直線 l に接する。このような s の値と直線 l の方程式をすべて求めよ。

3

解答解説のページへ

1 から n までの自然数 $1, 2, 3, \dots, n$ の和を S とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) n を 4 で割った余りが 0 または 3 ならば、 S が偶数であることを示せ。
- (2) S が偶数ならば、 n を 4 で割った余りが 0 または 3 であることを示せ。
- (3) S が 4 の倍数ならば、 n を 8 で割った余りが 0 または 7 であることを示せ。

4

解答解説のページへ

xy 平面上に 5 点 $A(0, 2)$, $B(2, 2)$, $C(2, 1)$, $D(4, 1)$, $P(0, 3)$ をとる。点 P を通り傾き a の直線 l が、線分 BC と交わり、その交点は B, C と異なるとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の値の範囲を求めよ。
- (2) 直線 l と線分 AB , 線分 BC で囲まれる図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を V_1 , 直線 l と線分 BC , 線分 CD で囲まれる図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を V_2 とするとき、それらの和 $V = V_1 + V_2$ を a の式で表せ。
- (3) (1) で求めた a の値の範囲で、(2) で求めた V は、 $a = -\frac{3}{4}$ のとき最小値をとることを示せ。

5

解答解説のページへ

n, k を自然数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $(1+x)^n$ の展開式を用いて、次の等式を示せ。

$$2^n = {}_n C_0 + {}_n C_1 + {}_n C_2 + {}_n C_3 + \cdots + {}_n C_n$$

$$0 = {}_n C_0 - {}_n C_1 + {}_n C_2 - {}_n C_3 + \cdots + (-1)^n {}_n C_n$$

(2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^k$ を求めよ。

(3) 2 次の正方行列 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ は、それぞれが $\frac{1}{3}$ の確率で、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ のいずれかになるとする。 n 個の行列の積 $M_1 M_2 M_3 \cdots M_n$ が

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ と等しくなる確率を求めよ。