

1

解答解説のページへ

平面上に原点 O から出る、相異なる 2 本の半直線 OX , OY をとり、 $\angle XOY < 180^\circ$ とする。半直線 OX 上に O と異なる点 A を、半直線 OY 上に O と異なる点 B とり、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) 点 C が $\angle XOY$ の二等分線上にあるとき、ベクトル $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ はある実数 t を用いて $\vec{c} = t \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right)$ と表されることを示せ。
- (2) $\angle XOY$ の二等分線と $\angle XAB$ の二等分線の交点を P とおくと、 $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$ を \vec{a} , \vec{b} および 3 辺の長さ $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $|\vec{b} - \vec{a}|$ を用いて表せ。

2

解答解説のページへ

行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ と、実数 x, y, z, w を成分とする行列 $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ を考える。

次の問いに答えよ。

- (1) X について関係式 $XA = AX$ が成立するための、 x, y, z, w の条件を求めよ。
- (2) X が $X^2 = A$ を満たすとき、 $XA = AX$ が成立することを示せ。
- (3) $X^2 = A$ を満たす行列 X をすべて求めよ。

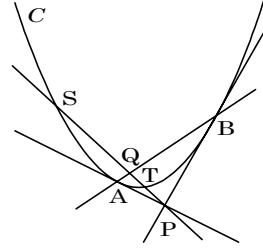
3

解答解説のページへ

xy 平面において放物線 $C: y = x^2$ と、その下側にある点 $P(p, q)$ ($q < p^2$) を考える。
 P を通るような C の 2 つの接線を考え、その接点をそれぞれ A, B とする。また、 P を通る傾き m の直線が C と相異なる 2 点 S, T で交わるとする。

点 A, B の x 座標をそれぞれ a, b とし、点 S, T の x 座標をそれぞれ s, t とする。次の問いに答えよ。

- (1) $a + b, ab$ を p, q で表せ。
- (2) $s + t, st$ を p, q, m で表せ。
- (3) 直線 AB と直線 ST の交点を Q とし、 Q の x 座標を u とする。右図のように $s < u < t < p$ となる場合について、等式 $\frac{1}{PS} + \frac{1}{PT} = \frac{2}{PQ}$ が成立することを示せ。



4

解答解説のページへ

xyz 空間に 3 点 $P(1, 1, 0)$, $Q(-1, 1, 0)$, $R(-1, 1, 2)$ をとる。次の問いに答えよ。

- (1) t を $0 < t < 2$ を満たす実数とすると、平面 $z = t$ と、 PQR の交わりに現れる線分の 2 つの端点の座標を求めよ。
- (2) PQR を z 軸のまわりに回転して得られる回転体の体積を求めよ。

5

解答解説のページへ

$\alpha = \frac{3+\sqrt{7}i}{2}$ とする。ただし、 i は虚数単位である。次の問いに答えよ。

- (1) α を解にもつような 2 次方程式 $x^2 + px + q = 0$ (p, q は実数) を求めよ。
- (2) 整数 a, b, c を係数とする 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ について、解の 1 つは α であり、また $0 < x < 1$ の範囲に実数解を 1 つもつとする。このような整数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。